שדות אלקטרומגנטיים 141035

GOOL
בשביל התירגול

תוכן העניינים

תוכן העניינים

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 1 - אנליזה וקטורית

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

1) שטח דיסקה

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

2) חישוב נפח כדור

חשב נפח של כדור באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות כדוריות.

3) דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג בצורה אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

4) מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.

5) פירוק וקטור לרכיבים גליליים

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

א. האם $\vec{A}$ וקטור קבוע?

ב. מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות גליליות ובטא אותן בעזרת: z , θ , r.

6) פירוק וקטור לרכיבים בקואורדינטות כדוריות

נתון השדה הוקטורי הבא: $\vec{A}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר c , b , a קבועים נתונים.

מצא את הרכיבים של $\vec{A}$ בקואורדינטות כדוריות ובטא אותן בעזרת: θ , φ , r.

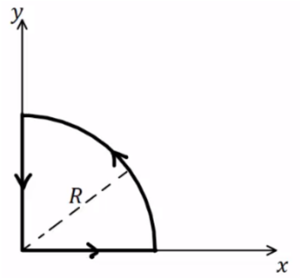
7) divr

חשב את $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור המיקום. בצע את החישוב בקואורדינטות קרטזיות גליליות וכדוריות.

8) הוכחה של דיברגנט של סקלרית כפול וקטורית

הוכח את הזהות הבאה: $\vec{\nabla}\cdot\left(f\vec{A}\right)=f\cdot\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\vec{A}\cdot\vec{\nabla}f$ כאשר $\vec{A}$ היא פונקציה וקטורית כלשהיא ו- f היא פונקציה סקלרית כלשהיא.

9) אינטגרל קווי על רבע מעגל



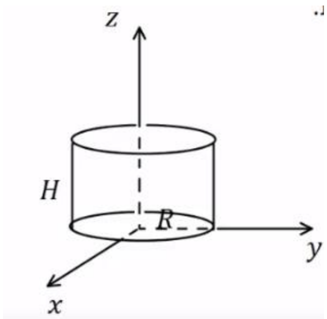
נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=2\hat{r}+3\hat{\varphi}-5\hat{\theta}$

בקואורדינטות כדוריות כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול הרבע מעגלי באיור.

ב. חשב את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על השטח שכלוא בתוך המסלול.

10) אינטגרל על מעטפת גלילית



נתונה הפונקציה הוקטורית הבאה: $\vec{F}=ar\hat{r}+b\hat{\theta}+czz$,
בקואורדינטות גליליות, כאשר a , b , c קבועים נתונים.
נתונה מעטפת גלילית ברדיוס R וגובה H הנמצאת כך שציר הסימטריה שלה הוא ציר ה-z ובסיסה מונח על מישור xy.

א. חשב את: $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}$ על כל שטח המעטפת הגלילית.

ב. חשב בצורה מפורשת את: $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv$ על הנפח הכלוא בתוך המעטפת.

11) מצא וקטור יחידה מאונך לפונקציה

מצא וקטור יחידה המאונך לפונקציה: $f=ax^2+by^2+cz^2$.
הוקטור צריך להיות פונקציה של: x , y , z.

12) מציאת רכיב בכיוון הגרדיאנט

נתונה הפונקציה הסקלרית: $f\left(x,y,z\right)=2xy$,

והפונקציה הוקטורית: $\vec{A}=2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$.

א. חשב את: $\vec{\nabla}f$.

ב. מצא את הרכיב של $\vec{A}$ בכיוון של $\vec{\nabla}f$ בנקודה המתאימה ל- $f=12$, $x=2$.

13) הוכחה של דיב-רוט שווה לאפס

הוכח כי: $\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)=0$.

14) חוק סטוקס על מסלול של קווים ישרים

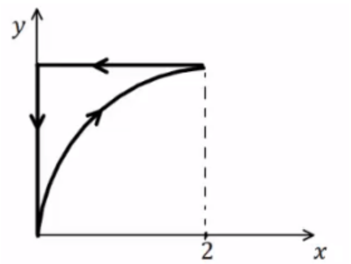
נתון השדה הוקטורי: $\vec{A}=y\hat{x}-x\hat{y}$.

א. חשב את האינטגרל הקווי: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ לאורך המסלול המתואר ע״י הקווים הישרים המחברים בין הנקודות הבאות במישור xy:

$(0,0)\rightarrow(2,0)\rightarrow(0,1)\rightarrow(0,0)$.

ב. חשב את האינטגרל המשטחי: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח הסגור בתוך המסלול של סעיף א׳.

15) חוק סטוקס על מסלול פרבולי



נתון שדה וקטורי: $\vec{A}=x^2y\hat{x}+y^2x\hat{y}+C\cos(\beta y)\hat{z}$

כאשר β ו- C קבועים נתונים.

א. חשב את האינטגרל: $\oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$ על המסלול המתואר באיור.

משוואת העקום היא: $y^2=bx$ כאשר b קבוע נתון.

ב. חשב את האינטגרל: $\int \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}$ על השטח התחום ע״י המסלול.

תשובות סופיות:

1) $S=\pi R^2$.

2) $V=\dfrac{4\pi R^3}{3}$.

3) $q=Q\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$, $\sigma=\dfrac{Q}{\pi R^2}$.

4) $Q=\rho_0\pi R^3$.

5) א. כן. ב. $A_r=a\cos\theta+b\sin\theta$, $A_Q=-a\sin\theta+b\cos\theta$, $A_z=C$.

6) $A_r=a\sin\varphi\cos\theta+b\sin\varphi\sin\theta+C\cos\varphi$, $A_\varphi=a\cos\varphi\cos\theta+b\cos\varphi\sin\theta-C\sin\varphi$,
$A_\theta=-a\sin\theta rb\cos\theta$.

7) $\vec{\nabla}\cdot\vec{r}=3$.

8) הוכחה.

9) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{l}=-5R\dfrac{\pi}{2}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{s}=-5R\dfrac{\pi}{2}$.

10) א. $\oint\vec{F}\cdot d\vec{s}=(2a+C)\pi R^2H$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{F}dv=(2a+C)\pi R^2H$.

11) $\hat{n}=\dfrac{1}{\sqrt{(ax)^2+(by)^2+(cz)^2}}(ax,by,cz)$.

12) א. $\vec{\nabla}f=2y\hat{x}+2x\hat{y}+0\cdot\hat{z}$. ב. $\dfrac{16}{13}(3,2)$.

13) הוכחה.

14) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-2$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot=-2$.

15) א. $\oint\vec{A}\cdot d\vec{l}=-\dfrac{1}{21}2^{\frac{7}{2}}b^{\frac{1}{2}}+\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}$. ב. $\int\vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s}=\dfrac{2^{\frac{5}{2}}}{5}b^{\frac{3}{2}}-\dfrac{2^{\frac{7}{2}}}{21}b^{\frac{1}{2}}$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 2 - חוק קולון - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

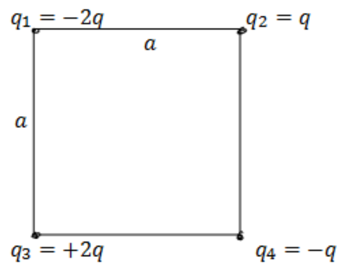
חוק קולון וסופרפוזיציה:

שאלות:

1) מטען בפינת ריבוע

חשב את הכוח הפועל על המטען שבפינה התחתונה הימנית של הריבוע שבשרטוט.

q ו- a נתונים.

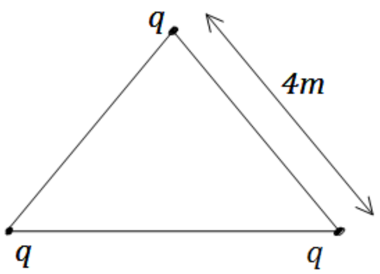


2) מטענים בקודקודי משולש

שלושה מטענים זהים נמצאים על קדקודיו של משולש שווה צלעות.

גודל כל מטען הוא $q = 2\mu C$ ואורך צלע המשולש היא $4m$.

מצא את הכוח שמרגיש כל מטען כתוצאה מהמטענים האחרים.

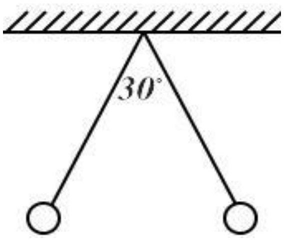


3) שני כדורים תלויים

שני כדורים בעלי מסה m ומטען זהה תלויים מהתקרה ע"י חוטים בעלי אורך L.

הזווית בין החוטים היא 30 מעלות.

מצא את מטען הכדורים.



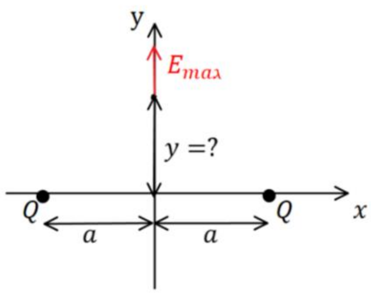
4) שדה מקסימלי בין שני מטענים

שני מטענים בעלי מטען זהה Q נמצאים על ציר ה- x בנקודות $(a,0)$ ו- $(-a,0)$.

א. מצא את הנקודה על ציר ה- y כלומר $(0,y)$ שבה השדה החשמלי מקסימלי.

ב. מה גודל השדה בנקודה זו?

ג. באיזה נקודה השדה מקסימאלי בציר ה- z?



5) שפורפרת טלוויזיה

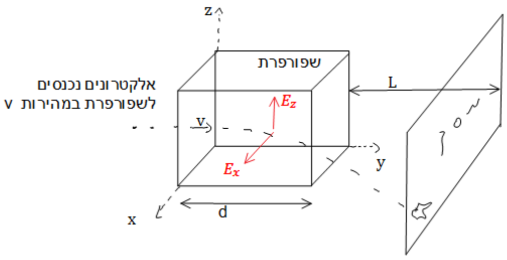
אלקטרונים נכנסים לשפופרת במהירות V נתונה.

בשפופרת יש שדה קבוע בשני הכיוונים הניצבים למהירות כניסת האלקטרונים.

אורך השפופרת הוא d.

חשב את נקודת הפגיעה של האלקטרונים במסך הנמצא במרחק L מקצה השפורפרת.

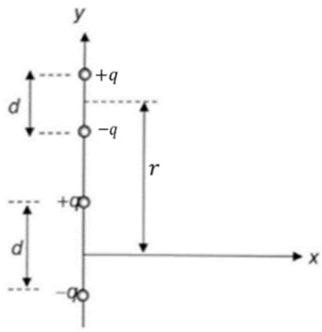
הנח כי d<<L וכי מסת ומטען האלקטרון ידועים.



6) דיפול מפעיל כוח על דיפול

דיפול חשמלי מורכב משני מטענים נקודתיים $\pm q$

הנמצאים בנקודות $\left(0,\pm\frac{d}{2}\right)$ (ראו איור).



א. חשבו את השדה החשמלי שיוצר הדיפול בנקודה $(y,0)$ שעל ציר ה- y.

ב. השתמשו בתוצאת הסעיף הקודם וחשבו את הכוח שמפעיל הדיפול הנ"ל על דיפול נוסף שמטעניו גם כן $\pm q$ המרוחקים זה מזה מרחק d (המצוי על ציר ה- y גם כן) ואשר מרכזו במרחק r ממרכז הדיפול הראשון. הניחו ש-$r > d$.

ג. למה תצטמצם תשובתכם לסעיף קודם עבור $r >> d$? *

הדרכה: השתמשו בפיתוח לטור טיילור (או מקלורן) של פונקציית החזקה: $(1+x)^n \approx 1+nx+\frac{n(n-1)}{2}x^2...+$.

תשובות סופיות:

1) $\frac{kq^2}{a^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

2) $3.897\cdot 10^{-3}\ \mathrm{N}$

3) $\sqrt{\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}\tan\left(15°\right)\mathrm{L}^2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

4) א. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$ ב. $\frac{4kQ}{\sqrt{27a^2}}$ ג. $\frac{1}{\sqrt{2}}a$

5) $\frac{|e|\mathrm{E_x d\cdot L}}{\mathrm{mv^2}}$, $z\approx\frac{|e|\mathrm{E_z d\cdot L}}{\mathrm{mv^2}}$

6) א. $\vec{E}\left(y\right)=kq\left[\frac{1}{\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}\right]\hat{y}$

ב. $\vec{F}=kq^2\left[\frac{2}{r^2}-\frac{1}{\left(r+d\right)^2}-\frac{1}{\left(r-d\right)^2}\right]\hat{y}$

ג. $\vec{F}=-\frac{6d^2kq^2}{r^4}\hat{y}$

התפלגות מטען רציפה:

שאלות:

1) התפלגות מטען רציפה-תיל מכופף

תיל אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליח' אורך λ מכופף לחצי מעגל בעל רדיוס R.

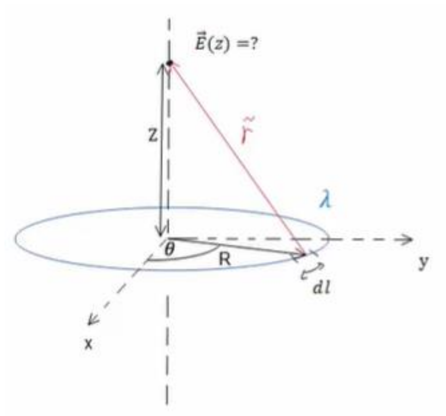
מצא את השדה במרכז חצי המעגל.

2) שדה של טבעת ודסקה

נתונה טבעת בעלת רדיוס R וצפיפות מטען ליחידת אורך λ.

א. חשב את השדה של טבעת ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען ליחידת אורך λ לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.

ב. חשב את השדה החשמלי של דיסקה ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען σ לאורך ציר הסימטריה של הדיסקה.

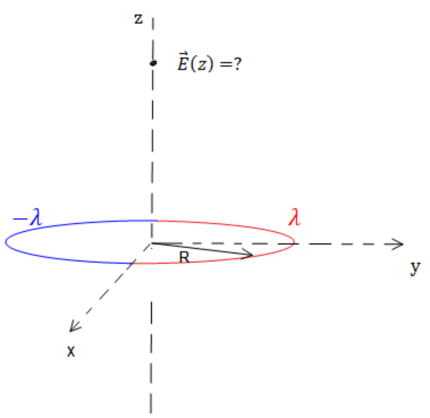


3) טבעת חצי חצי

נתונה טבעת בעלת רדיוס R.

חציה האחד של הטבעת טעון בצפיפות מטען λ וחציה השני טעון בצפיפות $-\lambda$.

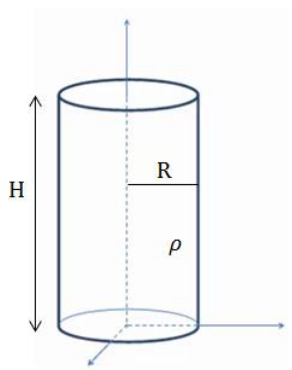
מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הטבעת.



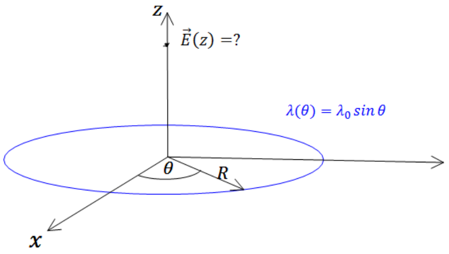
4) שדה של גליל מלא

גליל מלא בעל רדיוס R וגובה H טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

מצא את השדה לאורך ציר הסימטריה של הגליל (בתוך ומחוץ לגליל).



5) טבעת עם צפיפות לא אחידה



טבעת ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משתנה התלויה בזווית עם ציר ה- x.

$\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin\theta$.

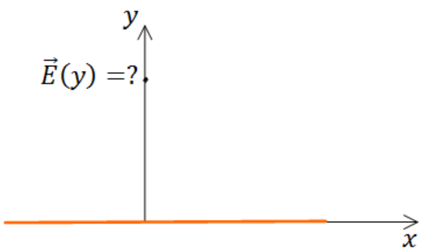
R , λ_0 קבועים נתונים.

א. מהו סך המטען על הטבעת?

ב. מצא את השדה החשמלי בכל נקודה על ציר הסימטריה של הטבעת (גודל וכיוון).

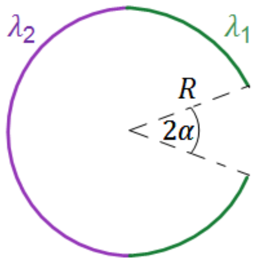
ג. מצא מהו השדה החשמלי עבור $z >> R$. איזה שדה מאפיין מתקבל? ומדוע? (סעיף זה קשור לנושא של דיפולים).

6) שדה של תיל סופי



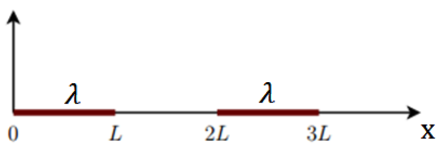
תיל סופי באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בצורה אחידה.
חשב את השדה החשמלי לאורך ציר המאונך לתיל והעובר במרכזו.

7) שדה של טבעת עם חלק חסר



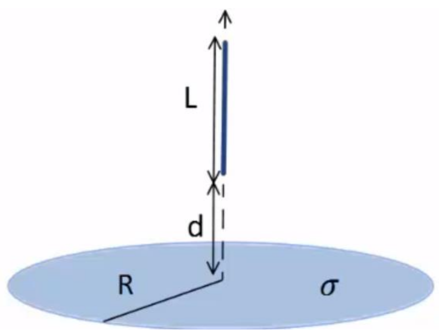
במערכת הבאה ישנה טבעת ברדיוס R שחציה הימני טעון בצפיפות מטען λ_1 וחציה השמאלי טעון בצפיפות מטען λ_2.
לחציה הימני חסר חלק באורך קשת הנשען מול הזווית 2α.
מצא את השדה במרכז הטבעת.

8) כוח של מוט על מוט



שני מוטות בעלי אורך L טעונים בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
שני המוטות מונחים על ציר ה- x כפי שנראה בציור.
מצא את הכוחות שמפעילים המוטות אחד על השני.

9) כוח של מוט על דסקה



במערכת הבאה ישנה דסקה (מלאה) ברדיוס R הטעונה בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ. מוט באורך L מונח לאורך ציר הסימטריה של הדסקה ובגובה d מעל מרכזה (ראה איור).
המוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ.
מצא מה הכוח שמפעיל המוט על הדסקה.

10) חרוט קטום**

מטען q נמצא בקודקודו של משטח בצורת חרוט בעל חצי זווית מפתח השווה ל- θ ואורך הקו היוצר הוא l (ראו איור).
החרוט טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידית שטח σ .

א. האם ניתן לחשב את הכוח על המטען אם המטען נמצא ממש בקצה החרוט?

כעת מסירים את חציו העליון של החרוט כך שנשאר חרוט קטום.

ב. חשבו את הכוח הפועל על המטען מהחרוט.
(הדרכה: השתמש בסופרפוזיציה של טבעות, השטח של טבעת אינפיניטסימלית בעובי dr הנמצאת במרחק r מקודקוד החרוט הוא: $dS = 2\pi r \sin\theta dr$ בקואורדינטות כדוריות).

ג. עבור איזו זווית θ הכוח מקסימאלי? מה קורה כאשר: $\theta = \frac{\pi}{2}$?

תשובות סופיות:

1) 0

2) א. $\frac{k\lambda R\pi z}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases}\hat{z} & z>0\\ -\hat{z} & z<0\end{cases}$ ב. $2\pi k\sigma z\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

3) $2\cdot\frac{-k\lambda R^2 2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $2\pi\sigma k$

5) א. 0 ב. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ ג. $-\frac{k\pi\lambda_0 R^2}{z^3}$

6) $\frac{kQ}{y\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

7) $\frac{k}{R}\left[\lambda_1\left(2\sin\alpha-2\right)+\lambda_2\cdot 2\right]$

8) $kx^2\ln\left|\frac{4}{3}\right|$

9) $2\pi k\sigma\lambda\left[L-\left(\sqrt{R^2}+\left(L+d\right)^2\right)-\sqrt{R^2+d^2}\right]$

10) א. לא, כי המרחק בין המטען למטענים בקודקוק הוא אפס ואי אפשר לחשב כוח כאשר המרחק הוא אפס. ב. $\vec{F}=q\pi\sigma k\sin\left(2\theta\right)\ln 2\cdot\hat{z}$.
ג. החרוט הקטום הופך לדיסקה עם חור והשדה במרכז מתאפס.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

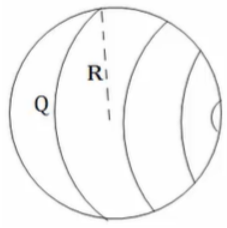
פרק 3 - חוק גאוס - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

הסברים בסיסיים:

שאלות:

1) שדה של קליפה כדורית

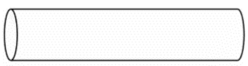


נתונה קליפה כדורית בעלת רדיוס R.
מצא את השדה.

2) שדה של תיל אינסופי

נתון תיל אינסופי בעל צפיפות λ.
מצא את השדה במרחב.

3) שדה של גליל אינסופי

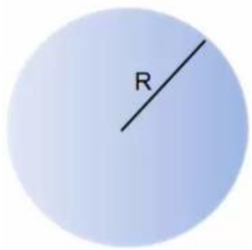


נתון גליל אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת נפח ρ ורדיוס ב-R.
מצא את השדה במרחב.

4) שדה של לוח אינסופי

נתון משטח אינסופי בעל צפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה במרחב.

5) שדה של כדור עם צפיפות לא אחידה



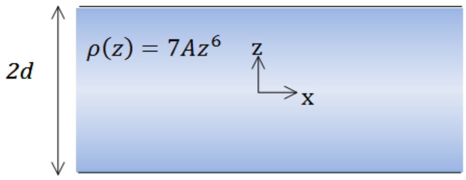
נתון כדור בעל רדיוס R וצפיפות התלויה במרחק ממרכז הכדור. r קבוע ונתון: $\rho(r)=\rho_0\frac{r}{R}$.
מצא את התפלגות השדה במרחב (בתוך ומחוץ לכדור).

6) לוח עם עובי

נתון מישור בעל שטח A ועובי d.
המישור טעון בצפיפות מטען קבועה ליחידת נפח ρ.

א. מצא את השדה רחוק מאוד מהמישור.
ב. מצא את השדה קרוב מאוד למישור ובתוכו (השתמש בקירובים).
ג. מניחים אלקטרון בגובה $Z_0<\frac{d}{2}$, מצא את מיקום האלקטרון כפונקציה של הזמן בהנחה שצפיפות המטען במישור חיובית.

7) מישור עבה עם צפיפות משתנה



מישור אינסופי בעובי 2d טעון בצפיפות מטען משתנה $\rho(z) = 7Az^6$, כאשר A קבוע נתון.

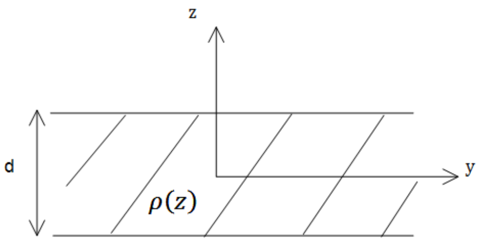
ציר ה-z אנך למישור וראשיתו במרכז המישור (המישור אינסופי ב-y , x , ראה ציור).

א. מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

ב. הראה שחוק גאוס הדיפרנציאלי מתקיים בכל המרחב.

ג. מצא את הרוטור של השדה החשמלי $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ בכל המרחב, והסבר את התוצאה.

8) מישור עבה עם צפיפות אנטי סימטרית



מישור אינסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען כתלות במרחק ממרכז המישור $\rho(z) = Az$, A קבוע נתון.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב שיוצר המטען במישור.

תשובות סופיות:

1) $$\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{KQ}{r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$$

2) $$\vec{E}=\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$$

3) $$\vec{E}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$$

4) $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>0\\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<0\end{cases}$$

5) $$\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{kQ_{in}}{r^2}\hat{r} & r>R\\ \dfrac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0}r^2\hat{r} & r<R\end{cases}$$

6) א. $\vec{E}=\dfrac{kpdA}{r^2}\hat{r}$ ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z>\dfrac{d}{2}\\ -\dfrac{\rho d}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z<-\dfrac{d}{2}\end{cases}$ ג. $z(t)=A\cos\left(\sqrt{\dfrac{|e|\rho}{\varepsilon_0 m}}t\right)$

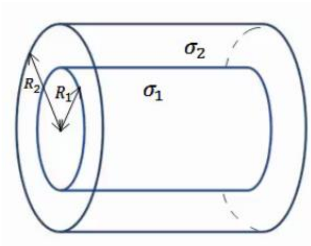
7) א. $\vec{E}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}A\cdot z^7\hat{z}$ ב. שאלת הוכחה. ג. שאלת הוכחה.

8) $$\vec{E}=-\frac{A}{\varepsilon_0 z}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right]\hat{z}$$

תרגול נוסף:

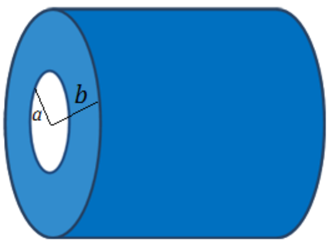
שאלות:

1) שתי קליפות גליליות חלולות



נתונות שתי קליפות (חלולות) גליליות אינסופיות
בעלות ציר סימטריה משותף.
רדיוס הקליפה הפנימית הוא R_1
וצפיפות המטען המשטחית בה היא σ_1.
רדיוס הקליפה החיצונית הוא R_2 וצפיפות המטען בה היא σ_2.
מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

2) קליפה גלילית עבה

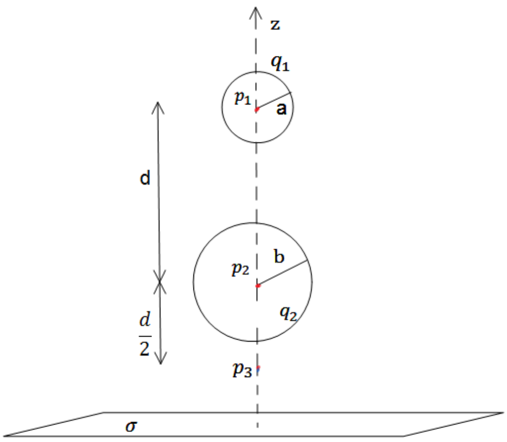


קליפה גלילית עבה בעלת רדיוס פנימי a,
רדיוס חיצוני b וגובה H טעונה בצפיפות מטען
נפחית $\rho(r)=\frac{c}{r}$, כאשר c קבוע נתון ו-r הוא
המרחק מציר הסימטריה של הקליפה.

א. מצא את המטען הכולל בקליפה.

ב. מצא את השדה בכל המרחב אם: $H \gg a\ ,\ b$.

3) משטח ושתי קליפות כדוריות



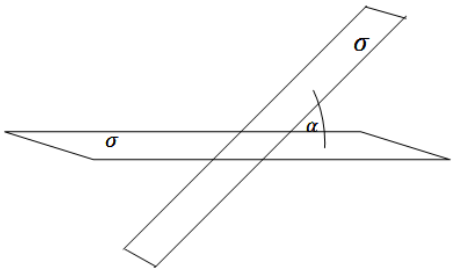
שתי קליפות כדוריות בעלות רדיוסים
שונים $a<b$, נמצאות במרחק $d>2b$
אחת מעל השנייה.
הקליפות טעונות במטענים $q_2\ ,\ q_1$ בהתאמה.
במאונך לציר המחבר בין הקליפות ומתחת
לקליפה התחתונה (עם רדיוס b) מונח מישור
אינסופי הטעון בצפיפות מטען ליחידת שטח σ.
מצא את השדה בנקודות הבאות.

א. p_1 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס a.

ב. p_2 הנמצאת במרכז הקליפה בעלת רדיוס b.

ג. p_3 הנמצאת במרחק $\frac{d}{2}$ מתחת למרכז הקליפה התחתונה אך מעל המישור.

4) **שני מישורים בזווית**

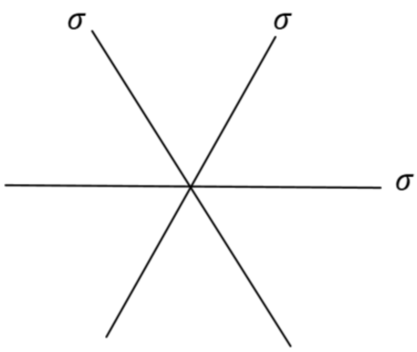


שני מישורים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען ליחידת שטח σ. המישורים נמצאים בזווית α אחד מהשני.

א. מצא את השדה החשמלי בין המישורים ומעל המישור האופקי.

ב. מצא את השדה מעל שני המישורים.

5) **שלושה לוחות בזווית**



באיור מתוארת מערכת של שלושה לוחות אינסופיים (אינסופיים פנימה והחוצה מהדף) בעלי צפיפות מטען משטחית זהה σ.

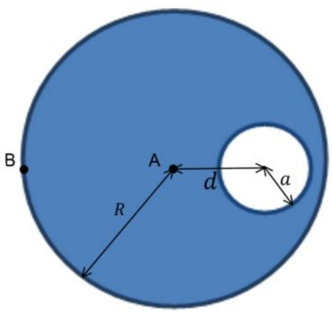
א. חשבו את השדה בכל נקודה במרחב על ידי סופרפוזיציה של השדות של כל לוח בנפרד.

ב. חשבו את השדה החשמלי על ידי שימוש בחוק גאוס, הסבירו מדוע חוק גאוס ישים במקרה זה.

ג. חשבו את השדה החשמלי במרחב עבור המקרה של N משטחים המחלקים את המרחב בזוויות שוות.
למה תצטמצם תשובתכם עבור $N \gg 1$?
השתמשו ב- $\sin\theta \approx \theta$, כאשר $\theta \ll 1$.

ד. כאשר N גדול מאוד, המערכת הופכת להיות מערכת עם צפיפות מטען נפחית התלויה במרחק מנקודה (או קו החיתוך).
מהי צפיפות המטען כתלות במרחק מנקודה (או קו החיתוך) $\rho(r)$?

6) **כדור עם חור**



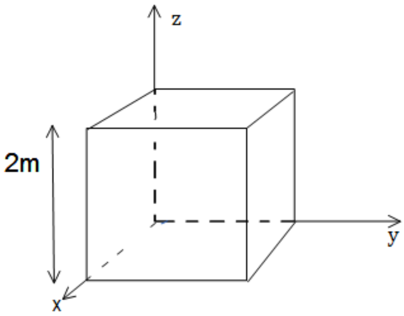
בתוך כדור הטעון בצפיפות מטען אחידה ρ קיים חלל כדורי בעל רדיוס a. המרחק של מרכז החלל ממרכז הכדור הוא d, רדיוס הכדור הגדול הוא R

א. מצאו את השדה בנקודה A.

ב. מצאו את השדה בנקודה B.

ג*. מצאו את השדה החשמלי בתוך החלל (בכל נקודה).

7) שטף דרך קובייה

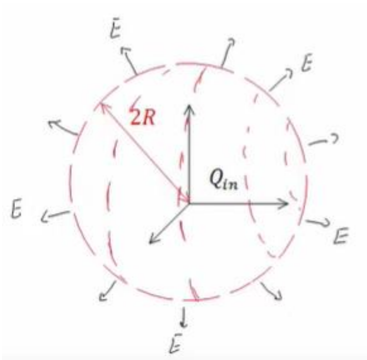


נתון שדה במרחב: $\vec{E}=-6\hat{x}+\left(2-3y\right)\hat{y}$.

א. חשב את השטף העובר דרך צלעות קובייה הנמצאת ברביע הראשון כך שאחד מקדקודיה בראשית ואורך צלעה 2m.

ב. מהו המטען הכלוא בתוך הקובייה?

8) מטען כלוא



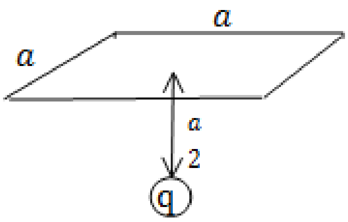
נתונה פונקציית השדה החשמלי

במרחב: $\vec{E}=\frac{\rho_0 R^3}{\varepsilon_0(r^2+R^2)}\hat{r}$.

כאשר R , ρ_0 קבועים נתונים, ו-r הוא המרחק מהראשית בקואורדינטות כדוריות,

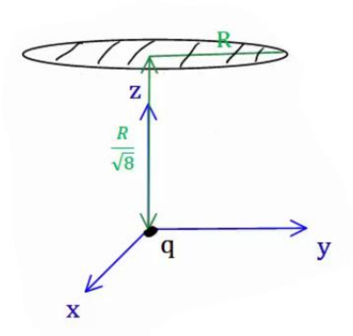
מצא את כמות המטען הכלואה בתוך מעטפת כדורית בעלת רדיוס $2R$.

9) שטף דרך משטח ריבועי



מצא את השטף העובר דרך משטח ריבועי (לא טעון) בעל צלע באורך a הנמצא בגובה $\frac{a}{2}$ מעל מטען נקודתי q.

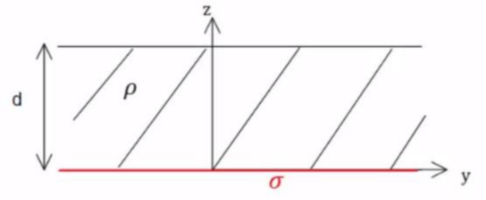
10) שטף דרך מעגל



מטען q נמצא בראשית הצירים.

מהו השטף החשמלי העובר דרך עיגול ברדיוס R המקביל למישור x-y ומרכזו נמצא בנקודה $\left(0,0,\frac{R}{\sqrt{8}}\right)$?

11) מישור עבה צמוד למישור דק

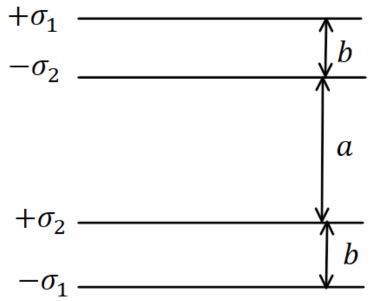


מישור אינסופי דק בעל צפיפות מטען אחידה σ נמצא על מישור x-y.

מישור אינסופי נוסף בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ, מונח מעל המישור הדק (תחתית המישור העבה נמצא גם על מישור x-y).

מצא את השדה החשמלי בכל המרחב.

12) ארבעה לוחות



במערכת הבאה ישנם ארבעה לוחות הטעונים בצפיפויות מטען $\sigma_1 = 0.05\ \frac{c}{m^2}$, $\sigma_2 = 0.02\ \frac{c}{m^2}$.

המרחקים בין הלוחות הם: $a = 3\ c.m$, $b = 1\ c.m$

כפי שמצוין בציור וניתן להניח כי מרחקים אלו קטנים בהרבה מצלעות הלוחות.

א. מצא את השדה החשמלי בכל מקום במרחב (בין הלוחות ומעליהן, אין צורך להתייחס למה שקורה בצידי הלוחות).

ב. משחררים פרוטון ממנוחה מהלוח $-\sigma_2$. כמה אנרגיה קינטית "ירוויח" מן המערכת? (הנח שהפרוטון עובר דרך הלוחות ללא הפרעה).

ג. מצא את מהירות הפרוטון ביציאה מן המערכת.

13) מלוח אל לוח

שני לוחות ריבועיים נמצאים אחד מעל השני. אורך הצלע של כל לוח היא 6 ס"מ והמרחק בין הלוחות הוא 2 מ"מ. הלוחות טעונים בצפיפות מטען אחידה. המטען הכולל על הלוח התחתון הוא: $Q = 6 \cdot 10^{-6} c$ והמטען הכולל על הלוח העליון זהה בגודלו והפוך בסימנו. משחררים אלקטרון ממנוחה קרוב מאוד ומתחת ללוח העליון: $\left(q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} c\ ,\ m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg\right)$.

א. כמה זמן ייקח לאלקטרון להגיע אל הלוח התחתון?

ב. מהי מהירותו בזמן פגיעתו בלוח?

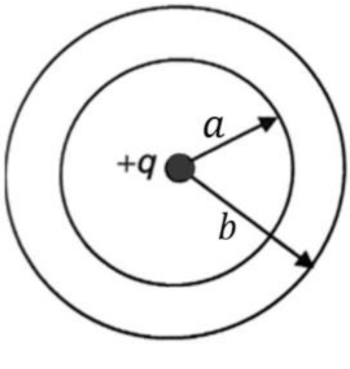
ג. מהי האנרגיה הקינטית של האלקטרון ברגע הפגיעה?

14) קליפה כדורית עבה עם צפיפות משתנה

קליפה כדורית עבה שרדיוסיה הפנימי והחיצוני הם a ו- b נושאת מטען בצפיפות נפחית לא אחידה, $\rho(r) = \frac{\alpha}{r}$, כאשר $\alpha > 0$ הינו קבוע מספרי.

במרכזו של החלל הכדורי $(r = 0)$ מצוי מטען נקודתי $+q$.

מה צריך להיות ערכו של הקבוע המספרי α על מנת שהשדה בתחום $a < r < b$ יהיה קבוע, כלומר בלתי תלוי במרחק.



תשובות סופיות:

1) $\vec{E}=(\sigma_1R_1+\sigma_2R_2)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) $\vec{E}=\frac{C(b\text{-}a)}{\varepsilon_0 r}\hat{r}$

3) א. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+\frac{kq_2\hat{z}}{d^2}+0$ ב. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}+0+\left(-\frac{kq_1}{d^2}\hat{z}\right)$

ג. $\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}-\frac{kq_2}{\frac{d^2}{4}}\hat{z}-\frac{kq_1}{\frac{9d^2}{4}}\hat{z}$

4) בין המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}((1+\cos\alpha)+\sin\alpha\hat{y})$

מעל המישורים: $\vec{E}_T=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}((1+\cos\alpha)-\sin\alpha\hat{y})$

5) א. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

ב. $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, חוק גאוס ישים מכיוון שניתן למצא מעטפת גאוס שהרכיב המאונך של השדה על המעטפת אחיד.

ג. $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\sin\left(\frac{\pi}{N}\right)}\approx\frac{\sigma N}{2\pi\varepsilon_0}$

ד. $\rho(r)=\frac{\sigma N}{2\pi r}$.

6) א. $\frac{4\pi k\rho a^3}{3d^2}\hat{x}$ ב. $\frac{4\pi k\rho}{3}\left(\frac{a^3}{(d+R)^2}-R\right)\hat{x}$ ג. $\frac{4\pi k\rho d}{3}\hat{x}$

7) א. -24 ב. $\frac{Qin}{\varepsilon_0}$

8) $\frac{16}{5}\pi\rho_0R^3$

9) $\frac{q}{6\varepsilon_0}$

10) $\phi=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\frac{kqa}{2\left(x^2+y^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}dxdy$

(11 $\frac{q}{3\varepsilon_0}$

(12 א. $\vec{E}=-5.65\cdot10^{q}\frac{N}{C}\hat{y}$ ב. $2.53\cdot10^{-11}J$ ג. $v=1.04\cdot10^{8}\frac{m}{sec}$

(13 א. $t\approx1.1\cdot10^{-12}\sec$ ב. $V(t)=3.65\cdot10^{9}\frac{m}{sec}$

ג. $E_k=6.06\cdot10^{-12}J$

(14 $\alpha=\frac{q}{2\pi a^2}$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 4 - מציאת התפלגות מטען

תוכן העניינים

מציאת התפלגות מטען:

שאלות:

1) מציאת צפיפות נפחית משטחית קווית ונקודתית

נתונה פונקציית הפוטנציאל הבאה במרחב (בקואורדינטות גליליות):

$$\varphi(r)=\begin{cases}Ar^2, & r<a\\ B\,ln(r)+C, & a<r<b\\ D\,ln(r)\,, & b<r\end{cases}$$

A , B , C , D נתונים.

א. מצא קשר בין הקבועים.

ב. מצא את התפלגות המטען במרחב, כעת נתון כי עוטפים את כל המערכת בגליל אינסופי מוליך מוארק ברדיוס $c>b$.

ג. מצא את פונקציית הפוטנציאל החדשה בכל המרחב.

2) שדה התלוי בזווית

השדה החשמלי במרחב נתון ע״י הפונקציה הבאה בקואורדינטות כדוריות:

$$\vec{E}=\frac{C}{r}\left(\hat{r}+\cos\theta\,\hat{\theta}+\sin\theta\,\cos\varphi\hat{\varphi}\right)$$

א. מצא את צפיפות המטען במרחב.

ב. מצא את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע״י אינטגרל על צפיפות המטען.

ג. מצא שוב את כמות המטען הנמצאת בתוך כדור ברדיוס R ע״י חישוב של השטף של השדה החשמלי ושימוש בחוק גאוס.

3) התפלגות בכדוריות

השדה החשמלי במרחב נתון לפי הפונקציה הבאה:

$$\vec{E}(r)=\begin{cases}-\dfrac{72\pi\cdot10^5\left(N\cdot\frac{m}{C}\right)}{r}\hat{r}, & r<1\\ -\dfrac{144\pi\cdot10^5\left(N\cdot\frac{m^2}{C}\right)}{r^2}\hat{r}, & r>1\end{cases}$$

הקואורדינטות כדוריות.

מצאו את התפלגות המטען במרחב ותארו את המבנה שלה.

תשובות סופיות:

1) ראה סרטון.

2) א. $\vec{\nabla}\vec{E}=\frac{\varepsilon_0 \text{c}}{r^2}\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}+\frac{\sin\theta\cos 2\varphi}{\sin\varphi}\right)$ ב. $4\pi\varepsilon_0\text{cR}$ ג. $4\pi\varepsilon_0\text{cR}$.

3) $\rho(r)=\begin{cases}-\dfrac{2\cdot 10^{-4}\left(\frac{c}{m}\right)}{r^2} & r<1\\ 0 & 1<r\end{cases}$, $\sigma(r=1)=-2\cdot 10^{-4}\frac{c}{m^2}$.

המבנה הוא כדור ברדיוס 1 מטר המלא בצפיפות המטען נפחית ועטוף במעטפת בעלת צפיפות המטען המשטחית.

משוואת פואסון ולפלס:

סיכום כללי:

משוואת פואסון: $\vec{\nabla}^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$.

משוואת לפלס: $\vec{\nabla}^2\varphi = 0$.

הלפלאסיאן של פונקציה סקלרית f כתלות בקואורדינטות:

קרטזיות:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

גליליות:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

כדוריות:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\varphi\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\varphi}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$$

כאשר φ היא הזווית עם ציר z לפעמים מסמנים את הלפלאסיאן גם ב-Δf.

שאלות:

1) דוגמה – שתי קליפות

נתונות שתי קליפות כדוריות בעלות מרכז משותף ברדיוסים a ו-b $(a<b)$.
נתון כי הקליפה הפנימית מוארקת והחיצונית מוחזקת בפוטנציאל V.

א. רשמו את משוואת לפלס לכל תחום.

ב. פתרו את המשוואה, השתמשו בתנאי השפה ומצאו את הפוטנציאל בכל תחום.

ג. מהי התפלגות המטען על הקליפה המוארקת?

תשובות:

1) א. $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)=0$.

ב. $\varphi r=\begin{cases}0 & r<a\\ -\frac{abV}{r(b-a)}+\frac{bV}{b-a} & a<r<b\\ \frac{bV}{r} & b<r\end{cases}$.

ג. $\sigma(a)=\frac{-\varepsilon_0 bV}{a(b-a)}$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 5 - אנרגיה הדרושה לבניית מערכת - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

הרצאה:

שאלות:

1) הסבר נוסחאות ודוגמה

מצא את האנרגיה הדרושה לבניית קליפה כדורית בעלת רדיוס R וצפיפות מטען משטחית σ.

תשובות סופיות:

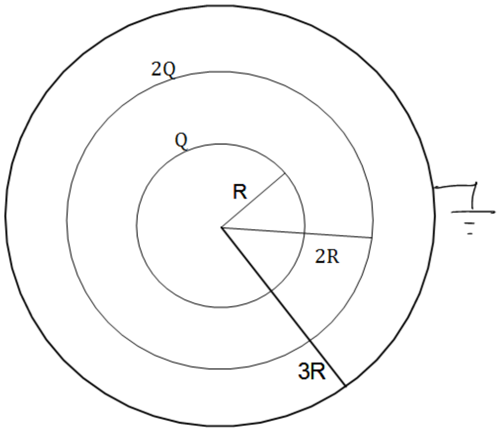
1) $U=\frac{1}{2}\frac{KQ^2}{R}$

תרגילים:

שאלות:

1) אנרגיה של מערכת שלוש קליפות

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפלג בצורה אחידה. הקליפה מוקפת קליפה נוספת ברדיוס 2R הטעונה במטען 2Q.
שתי הקליפות מוקפות בקליפה שלישית מוליכה ומוארקת ברדיוס 3R.
מצא את האנרגיה הדרושה לבניית המערכת.



2) שתי טיפות מים כדוריות וזהות בעלות רדיוס R טעונות כל אחת במטען Q המפולג באופן אחיד על פניהן. מחברים את הטיפות ויוצרים טיפה אחת חדשה וגדולה שגם בה המטען מפולג באופן אחיד על השפה.

א. מהי האנרגיה העצמית של הטיפות לפני שהתחברו?

ב. מהי האנרגיה העצמית של הטיפה החדשה?

ג. מהי האנרגיה העצמית של מערכת שתי הטיפות בדיוק לפני ההתחברות (כלומר, הטיפות כמעט נוגעות אחת בשניה)?
הנח שהתפלגות המטען על כל טיפה עדיין אחידה.

ד. מהו היחס בין האנרגיה שחישבת בסעיף ב' לסעיף ג'?

תשובות סופיות:

1) $\frac{KQ^2}{R}$

2) א. $\frac{KQ^2}{R}$ ב. $\frac{2KQ^2}{\sqrt[3]{2}R}$ ג. $\frac{3}{2}\frac{KQ^2}{R}$ ד. ≈ 1.058

שדות אלקטרומגנטיים 141035

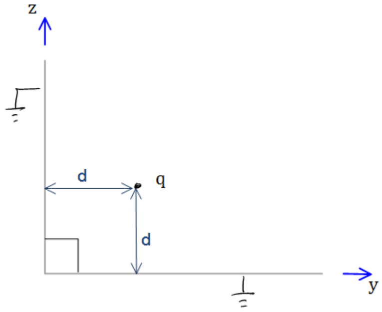
פרק 6 - שיטת הדמויות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

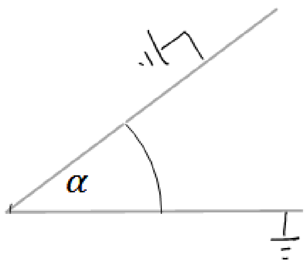
שאלות:

1) לוחות בזווית 90 מעלות



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית ישרה. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

2) לוחות בזווית אלפא



נתונים שני מישורים מוארכים המחוברים בזווית α. במרחק d משני המישורים ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.
מצא את מטעני הדמות שמהם ניתן להסיק את פונקציית הפוטנציאל במרחב.

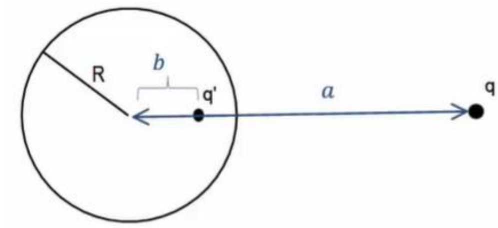
3) מציאת התפלגות המטען על שפת המוליך

נתון מישור אינסופי מוארק.
במרחק z מעל המישור נמצא חלקיק בעל מטען q.
מצא את התפלגות המטען σ על שפת המישור.

4) כוח ואנרגיה במטעני דמות

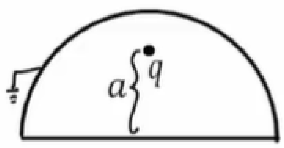
נתון מישור אינסופי מוארק ובמרחק z מעליו נמצא חלקיק בעל מטען q.
מהו הכוח שמרגיש החלקיק?

5) מציאת התפלגות מטען עם ספירה



נתונה ספירה מוליכה ומוארקת ברדיוס R. מול הספירה ישנו מטען נקודתי q במרחק a ממרכז הספירה.
מצא את התפלגות המטען על השפה של הספירה.

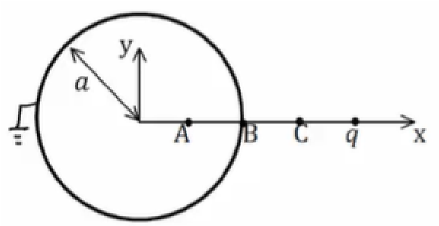
6) מטען בתוך חצי ספירה



מטען נקודתי q נמצא בתוך חצי ספירה כדורית, מוארקת ברדיוס R.

המטען נמצא בגובה a מעל מרכז הספירה.
מצא את מטעני הדמות בעזרתם נוכל לחשב את הפוטנציאל בכל המרחב.

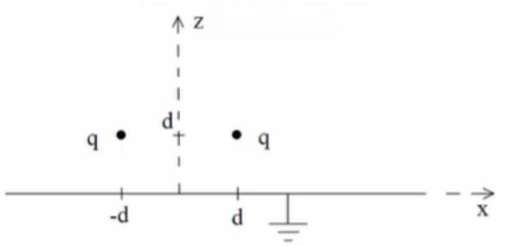
7) ספירה, מטען ושלוש נקודות



קליפה כדורית ברדיוס a מוארקת.
מטען q נמצא במרחק 2a ממרכז הקליפה ועל ציר ה- x כך ש : $x_C=\frac{3a}{2}$, $x_B=a$, $x_A=\frac{a}{2}$.

א. מצא את הפוטנציאל בנקודות: A , B , C.
ב. מהי התפלגות המטען המשטחית בנקודה B?
ג. מה הכוח הפועל על המטען q?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

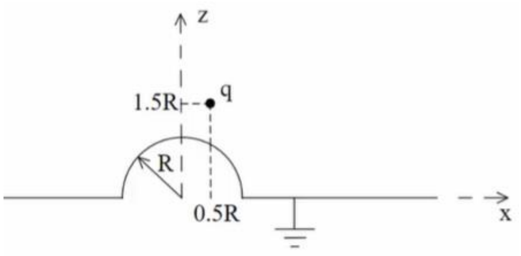
8) שני מטענים מעל מישור



נתונים שני מטענים q במיקומים $(d,0,d)$ ו- $(-d,0,d)$ מעל משטח אינסופי מוארק כבאיור.

א. אילו מטעני שיקוף דרושים כדי לבטא פוטנציאל ושדה ב- $z>0$?
ב. איזה כוח ירגיש המטען הימני (גודל וכיוון)?
יש לנרמל $\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=1$ ולהגיע לתשובה מספרית.
ג. מהי התפלגות המטען על המוליך? ומהו המטען הכולל על המוליך?
ד. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

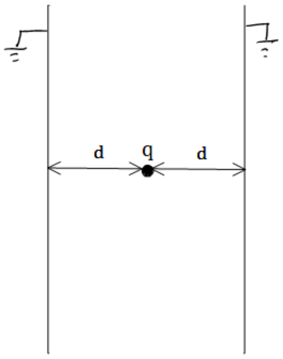
9) מטען מעל חצי ספירה ולא במרכז



נתון חצי כדור מוליך מושלם בעל רדיוס R המונח על חצי מרחב מישור מוליך מושלם, כבאיור.
מעל המוליך יש מטען q בקואורדינטה $(0.5R,0,1.5R)$.

א. מצא את גודל ומיקום מטעני השיקוף הדרושים בשביל לבטא את הפוטנציאל במרחב שמעל המבנה.
ב. מצא את הפוטנציאל בנקודות $(0,0,1.5R)$, $(0,0,0.5R)$.
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על שפת המוליך בנקודה $\left(\frac{\sqrt{3}R}{2},0,\frac{R}{2}\right)$?
ד. מה הכוח הפועל על המטען?
ה. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

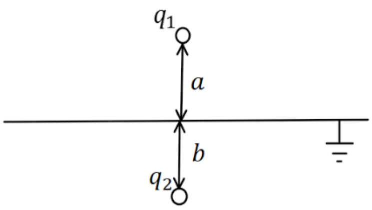
10) מטען בין שני לוחות אינסופיים



נתונים שני לוחות אינסופיים מוארקים במרחק 2d זה מזה. בדיוק באמצע ביניהם ממוקם חלקיק בעל מטען q כמתואר בשרטוט.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל במרחב.
ב. מצא את העבודה הדרושה לבניית המערכת.

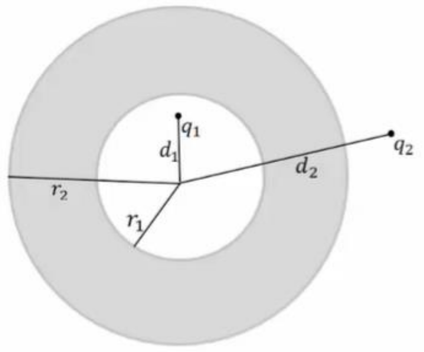
11) מטענים משני צידי מישור מוארק



מטען q_1 נמצא במרחק a מעל מישור אינסופי מוארק.
מטען q_2 נמצא במרחק b מתחת למישור.

א. מצא את השדה והפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מהי התפלגות המטען על המישור? ומהו המטען הכולל על המישור?

12) קליפה עבה עם מטען בפנים ובחוץ



נתונה קליפה כדורית עבה ומוליכה בעלת רדיוס פנימי r_1 ורדיוס חיצוני r_2.

מטען q_1 נמצא במרחק d_1 ממרכז הקליפה כך ש- $r_1 > d_1$.

מטען q_2 נמצא במרחק d_2 ממרכז הקליפה כך ש- $r_2 < d_2$.

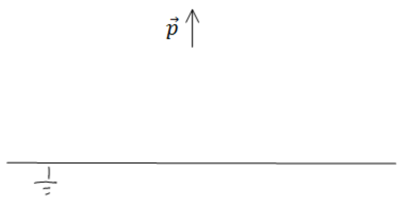
המטענים לא נמצאים על אותו רדיוס.

א. מצא את הפוטנציאל בו נמצאת הקליפה.

ב. מצא את הכוח הפועל על המטען q_2.

ג. מהי האנרגיה הדרושה לבניית המערכת?

13) דיפול מעל מישור



דיפול מונח במרחק z_0 מלוח אינסופי מוארק.

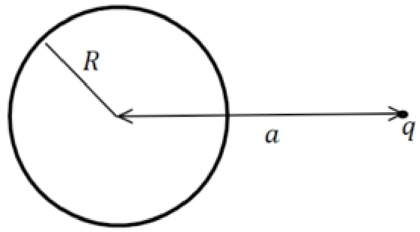
מומנט הדיפול הוא: $\vec{p} = (0,0,p)$.

א. מצא את השדה בכל המרחב.

ב. מצא את צפיפות המטען על המישור.

ג. מצא את סך המטען על המישור.

14) ספירה ניטרלית



מטען נקודתי q מונח במרחק a מספירה מוליכה ברדיוס R.

הספירה אינה מוארקת ואינה מחוברת לפוטנציאל כלשהו.

ניתן להניח כי הספירה נייטרלית.

מהו הפוטנציאל על הספירה?

ומהם מטעני הדמות המתאימים לפתרון הבעיה?

רמז: השתמש בחוק שימור המטען.

תשובות סופיות:

1) $\varphi=\frac{kq}{r_1}-\frac{kq}{r_2}$

2) ראה סרטון

3) $\sigma=-kq\varepsilon_0\frac{2d}{\left(r^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

4) $F=-\frac{q^2}{(2d)^2}$

5) $E(r,\theta)=\frac{kq\left(r-a\cos\theta\right)}{\left(r^2+a^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{-kq\left(r\left(\frac{a}{R}\right)^2-a\cos\theta\right)}{\left(R^2+\left(\frac{ra}{R}\right)^2-2ra\cos\theta\right)^{\frac{3}{2}}}$

6) ראה סרטון

7) א. $\varphi_A=\varphi_B=0\ ,\ \varphi_C=\frac{3kq}{2a}$ ב. $\sigma_B=\varepsilon_0\left(-\frac{3kq}{a^2}\right)$ ג. $\vec{F}=\frac{2kq^2}{qa^2}(-\hat{x})$

ד. $U=\frac{-kq^2}{6a}$

8) א. $(-d,0,d)\ ,\ (d,0,-d)$ ב. $-0.338\hat{z}+0.162\hat{x}$

ג. $\sigma=-\frac{1}{2\pi}qd\left(\frac{1}{\left((x-d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{\left((x+d)^2+y^2+d^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\quad ,\quad Q_T=-2q$

ד. $U=\frac{-kq^2}{\sqrt{2}\cdot 2d}$

9) א. $q_3=\sqrt{\frac{2}{5}}q\ ,\ \vec{r}_3=\left(\frac{R}{5},0,-\frac{3}{5}R\right)\ ,\ q_4=-q\ ,\ \vec{r}_4=(0.5R,0,-1.5R)$

ב. $(0,0,1.5R)$: $\varphi\approx 0.71\frac{kq}{R}$, $(0,0,0.5R)$: 0 ג. $\frac{kq}{R^2}1.04\varepsilon_0$

ד. $\vec{F}=\frac{kq^2}{R^2}(-0.2,0,-0.64)$ ה. $U=\frac{kq^2}{2R}(-0.7)$

10) א. $V_T=\frac{k(-1)^n q}{\left((x-2dn)^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{kq^2}{2d}\left(-\ln(2)\right)$

11) א. $E_{up}=\frac{kq_1}{|r_+|^2}\hat{r}_++\frac{-kq_1}{|r_-|^2}\hat{r}_-$

ב. $\sigma_T=\frac{-1}{2\pi}\left(\frac{q_1a}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2b}{\left(r^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)$

12) א. $\varphi_2\left(r_2\right)=\frac{kq_1}{r_2}+\frac{kq_2}{d_2}$

ב. $\vec{F}=\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2\hat{r}}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)^2}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2\hat{r}}{d_2^2}$

ג. $U=\frac{1}{2}\left[\frac{-k\frac{r_2}{d_2}q_2^2}{\left(d_2-\frac{r_2^2}{d_2}\right)}+\frac{k\left(q_1+\frac{r_2q_2}{d_2}\right)q_2}{d_2}-\frac{kq_1^2\cdot\frac{r_1}{d_1}}{\left(\frac{r_1^2}{d_1}-d_1\right)}+\frac{kq_1^2}{r_2}+\frac{kq_1q_2}{d_2}\right]$

13) א. $\vec{E}_T=\frac{k\left(3p\left(z-z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z-z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z-z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{k\left(3p\left(z+z_0\right)r,0,-pr^2+2p\left(z+z_0\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(z+z_0\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ב. $\sigma\left(r\right)=\frac{\left(-2pr^2+4pz_0^2\right)}{4\pi\left(r^2+z_0^2\right)^{\frac{5}{2}}}$

ג. 0

14) פוטנציאל על הספירה: $\varphi=\frac{kq}{a}$

מטעני הדמות הם: $q'=-q\frac{R}{a}$ במיקום $b=\frac{R^2}{a}$, $q'=q\frac{R}{a}$ במרכז

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 7 - תנאי שפה לשדה החשמלי

תוכן העניינים

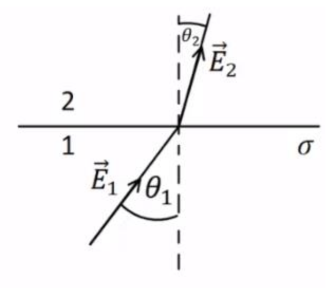
הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) קפיצה על שפת כדור

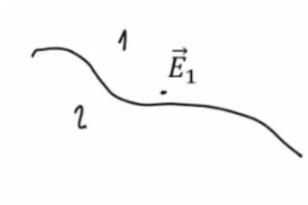
נתון כדור שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו R. השדה החשמלי בתוך הכדור וקרוב לשפת הכדור הוא: $\vec{E}_{in}=a\hat{x}+b\hat{y}+c\hat{z}$ כאשר: c , b , a קבועים נתונים.
על מעטפת הכדור קיימת צפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\sin\varphi$ כאשר σ_0 קבוע נתון ו- φ היא הזווית עם ציר ה-z.
מצא את השדה מחוץ לשפת הכדור וקרוב אליה בקואורדינטות קרטזיות.

2) שינוי זווית משני צידי משטח טעון



שפה של משטח טעונה בצפיפות מטען σ ומפרידה בין שני אזורים. הראה שהקשר בין הזוויות: θ_1,θ_2
שבאיור הוא: $\tan\theta_2=\dfrac{\tan\theta_1}{1+\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 E_1\cos\theta_1}}$ כאשר E_1
הוא גודל השדה השקול בתחום 1.

3) מציאת נורמל למשטח



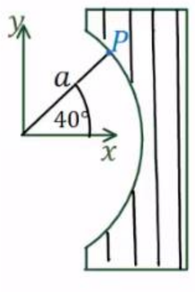
המשטח שמפריד בין שני אזורים נתון ע"י המשוואה: $2x+4y-z=3$.

א. מצא וקטור הנורמל למשטח $\hat{n}$.

ב. נתון השדה באחד האזורים קרוב למשטח: $\vec{E}_1=2\hat{x}+5\hat{y}-3\hat{z}$, מהו הרכיב של השדה שמאונך למשטח?

ג. מהו רכיב השדה שמקביל למשטח?

4) עדשה דיאלקטרית



האיור מתאר "עדשה דיאלקטרית". צד שמאל של העדשה הוא חלק מגליל שצירו חוף עם ציר z ורדיוסו a. צד ימין הוא מישור ישר המקביל למישור xz. השדה החשמלי בנקודה P הנמצאת ב- $\vec{r}_P=(a,40°,z)$ ומחוץ לעדשה הוא: $\vec{E}(\vec{r}_P)=4\hat{r}-3\hat{\theta}$
ביחידות $\frac{N}{m}$ ובקואורדינטות גליליות.
מה צריך להיות המקדם הדיאלקטרי של החומר ממנו עשויה העדשה כך שהשדה החשמלי היוצא מהצד הימני של העדשה יהיה מקביל לציר x?

תשובות סופיות:

1) $\vec{E}_{out}=\left(a+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)x}{\varepsilon_0R^2}\ ,\ b+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)y}{\varepsilon_0R^2}\ ,\ c+\frac{\sigma_0\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)z}{\varepsilon_0R^2}\right)$.

2) הוכחה.

3) א. $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{21}}(2,4,-1)$. ב. $\frac{27}{21}(2,4,-1)$. ג. $-\frac{1}{7}(4,1,12)$.

4) $\varepsilon_r\approx 1.2$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 8 - משוואת לאפלס - בעיות שפה בקואורדינטות קרטזיות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

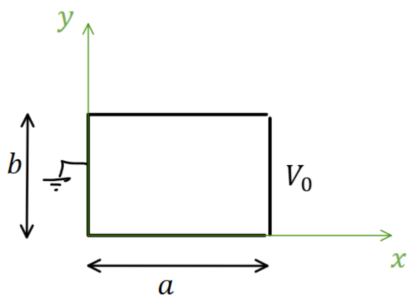
שאלות:

1) פתרון הדוגמה מהסרטון הקודם

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל V_0 ושאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוח הימני לשאר הלוחות).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

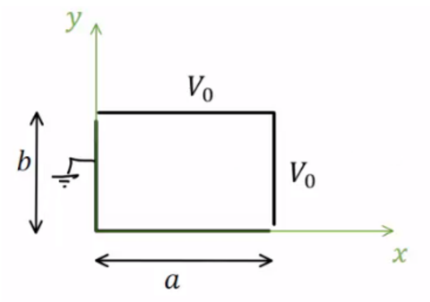


2) תיבה דו ממדית וסופרפוזיציה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

הלוח הימני והלוח העליון מוחזקים בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוחות המוחזקים ב-V_0).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

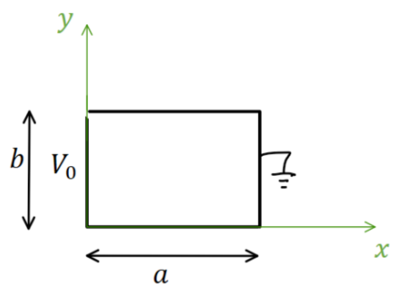


3) תיבה דו ממדית פתרון עם החלפת צירים

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z.

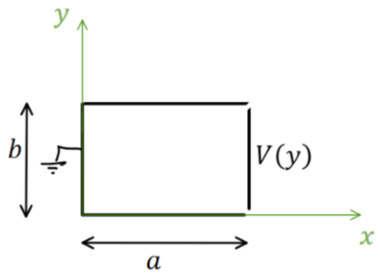
הלוח השמאלי מוחזק בפוטנציאל V_0, שאר הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח השמאלי).

מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.



4) תיבה דו-ממדית עם פונקציית פוטנציאל כללית בשפה

תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים.
ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית
לאורך ציר Z.
הלוח הימני מוחזק בפוטנציאל $V(y)$ כללי, שאר
הלוחות מוארקים (הנח שיש מבודדים קטנים
מאוד בין הלוחות המוארקים ללוח הימני).
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה במקרים
הבאים:



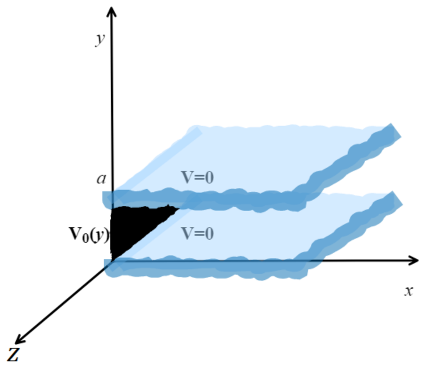
א. בצורה כללית עם הביטוי $V(y)$ בתשובה.

ב. כאשר $V(y)=\begin{cases} V_0 & 0\le y\le \frac{b}{2} \\ -V_0 & \frac{b}{2}<y\le b \end{cases}$.

ג. כאשר $V(y)=V_0\cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right)$.

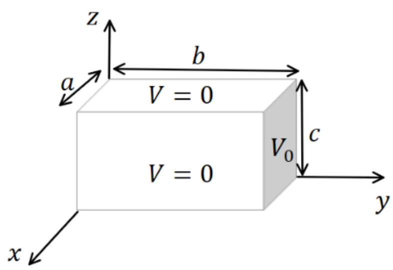
5) שני לוחות מקבילים ולוח מאונך

שני מישורים אינסופיים מוארקים נמצאים
במקביל למישור xz ובמרחק a ביניהם.
לוח מוליך נמצא על מישור yz בין $0<y<a$.
הלוח נמצא בפוטנציאל $V_0(y)=V_0\sin\left(\frac{6\pi}{a}y\right)$.
מצא את הפוטנציאל בין המישורים

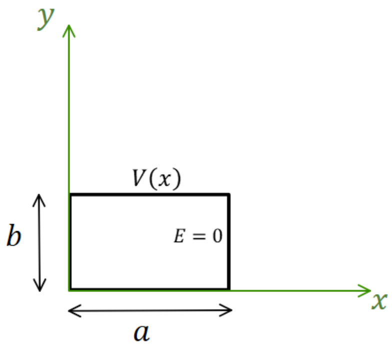


6) תיבה תלת ממדית

תיבה בגודל $a\times b\times c$ עשויה מלוחות מוליכים.
כל הלוחות מוארקים למעט הלוח הימני באיור
הנמצא בפוטנציאל V_0.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה (אין מטענים
בתוך התיבה).



7) בעיית ניומן דו ממדית קרטזית



תיבה מלבנית מורכבת מארבעה לוחות מוליכים אינסופיים. ממדי הלוחות נתונים באיור והתיבה אינסופית לאורך ציר Z. הלוח העליון מוחזק בפוטנציאל: $V(\mathrm{x}) = V_0 \sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)$.
השדה ב-0 $E(x = a) =$ ושאר הלוחות מוארקים.
מצא את הפוטנציאל בתוך התיבה.

תשובות סופיות:

1) $\varphi(x,y)=\sum_n C_n\sinh\left(\frac{\pi n}{b}x\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

2) $\varphi(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)\sinh\left(\frac{\pi nx}{b}\right)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)+\frac{4V_0}{\pi n}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)\sinh\left(\frac{\pi n}{a}y\right)\sin\left(\frac{\pi n}{a}x\right)\right]$.

3) $\varphi(x,y,z)=\sum_n C_n\sinh\left(\frac{\pi n}{b}(-x+a)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)$.

4) א. $C_n=\frac{2}{b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\int_y^b v(y)\sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right)dy$.

ב. $C_n=\frac{8V_0}{\pi n\sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}\cdot\begin{cases}1 & odd\ \frac{n}{2}\\ 0 & else\end{cases}$

ג. $C_n=\frac{8nV_0}{(4n^2-1)\pi\, sinh\left(\frac{\pi na}{b}\right)}$.

5) $\varphi(x,y)=V_0\sin\left(\frac{\pi b}{a}y\right)e^{-\frac{\pi b}{a}x}$.

6) $\varphi(x,y,z)=\sum_{m,n=1}^{\infty}\frac{16V_0}{\pi^2 mn}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi n}{c}z\right)\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{c}\right)^2}b\right)}$.

7) $\varphi(x,y)=\frac{V_0}{\sinh\left(\frac{3\pi b}{2a}\right)}\sin\left(\frac{3\pi}{2a}x\right)\sinh\left(\frac{3\pi}{2a}y\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

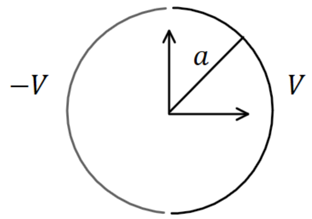
פרק 9 - משוואת לאפלס - בעיות שפה בקואורדינטות גליליות

תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

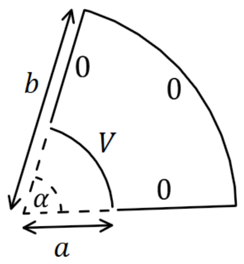
שאלות:

1) גליל חצי חצי



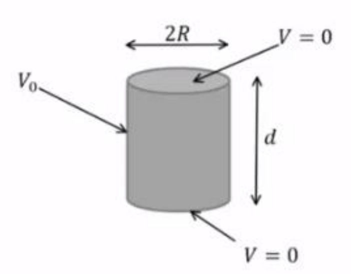
גליל דק ואינסופי ברדיוס a מחולק לשני חצאים.
החצי הימני מוחזק בפוטנציאל קבוע V והחצי השמאלי ב-$-V$.
מצא את הפוטנציאל בתוך ומחוץ לגליל.

2) גזרה בזווית אלפה



נתונה גזרה בזווית α מתוך מעגל.
הרדיוס הפנימי של הגזרה הוא a והחיצוני b.
הדופן ב-$r = a$ מוחזקת בפוטנציאל V וכל שאר הדפנות מוארקות.
מצא את הפוטנציאל בתוך הגזרה בלבד.
הנח שהבעיה דו ממדית.

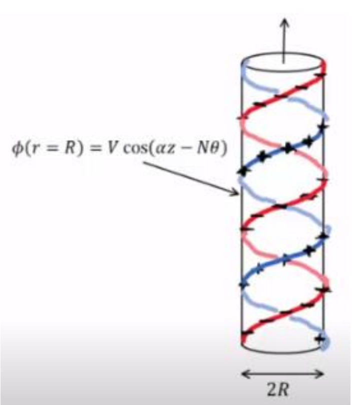
3) גליל סופי מתאפס בבסיסים



נתונה קליפה גלילית באורך d ורדיוס R.
נתון שהפוטנציאל בשני הבסיסים הוא אפס ובדופן העגולה הפוטנציאל הוא V_0.
מצא את פונקציית הפוטנציאל בתוך הגליל.

4) מולקולת DNA

מבנה ספירלי של דיפולים זעירים יוצר על שפת גליל שרדיוסו R פילוג פוטנציאל הנתון על ידי: $\phi(r=R)=V\cos(\alpha z-N\theta)$.



כאשר המספר השלם N והקבועים V ו-α נתונים.
המערכת אינסופית בציר z ומתוארת באיור עבור $N=1$.

א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל בכל המרחב.
ב. מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב.
ג. מהו מרחק הדעיכה האופייני של השדה החשמלי מחוץ לספירלות?
ד. מהי צפיפות המטען המשטחית על המעטפת?

ה. המבנה הוא חלק ממודל של מולקולת DNA.
מבחינה חשמלית מולקולת DNA מורכבת מזוג סלילים כבציור כאשר שניהם בעלי מטען שלילי.
מודל פשוט למבנה זה מתקבל על ידי הוספת פילוג מטען משטחי שלילי אחיד $-\eta_0$ למעטפת הגלילית של הבעיה בסעיפים הקודמים עם $N=2$,
וכך שבכל נקודה על המעטפת המטען המשטחי החדש יהיה שלילי או אפס.
מהו הערך המינימלי של η_0 המבטיח שלא יהיה מטען חיובי במקרה זה?
מצאו את השדה של המערכת בתוספת צפיפות מטען זו.

תשובות סופיות:

1) $V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l a^{l}}r^{l}\cos(l\theta)\quad ,r<a\ ,\ V(r,\theta)=\sum_{l=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi l}\left(\frac{a}{r}\right)^{l}\cos(l\theta)\quad ,r>a$.

2) $K_n=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\ ,\quad V(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4V}{\pi m K_n}\left(\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{\pi n}{\alpha}}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{\alpha}\theta\right)$.

3) $K_n=\frac{\pi n}{d}\ ,\ V(r,z)=\sum_{n}\frac{4V_0}{\pi n I_0\left(\frac{\pi nR}{\alpha}\right)}I_0\left(\frac{\pi n}{d}r\right)\sin\left(\frac{\pi n}{d}z\right)$.

4) א. לא מתבדר $\phi_2(r=\infty)=$, $\phi_1(r>R)=\phi_2(R)$, $\phi_1(r=0)\neq\infty$.

ב. $\phi_2=\frac{V}{K_N(\alpha R)}K_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)\ ,\ \phi_1=\frac{V}{I_N(\alpha R)}I_N(\alpha r)\cos(\alpha z-N\theta)$.

ג. $\frac{1}{\alpha}$.

ד. $\eta=\varepsilon_0 V\alpha\cdot C\cdot\cos(\alpha z-N\theta)$.

ה. $\eta_0=\varepsilon_0 V\alpha C\ ,\ \vec{E}=\begin{cases}-\vec{\nabla}\theta_1 & r<R\\ -\vec{\Delta}\theta_2 & R<r\end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 10 - משוואת לאפלס - בעיות שפה בקואורדינטות כדוריות

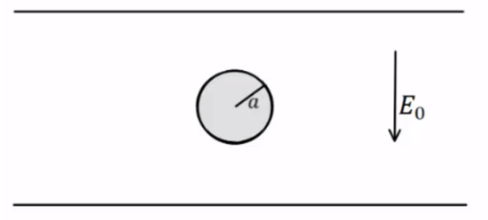
תוכן העניינים

הסבר ותרגילים:

שאלות:

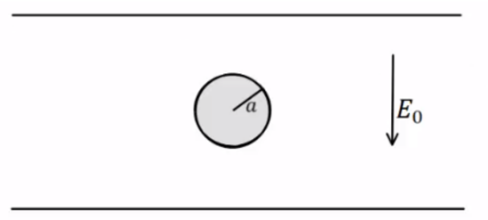
1) דוגמה – כדור מוליך בתוך קבל

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $a << d$.
מצא את הפוטנציאל בכל נקודה בתוך הלוחות.



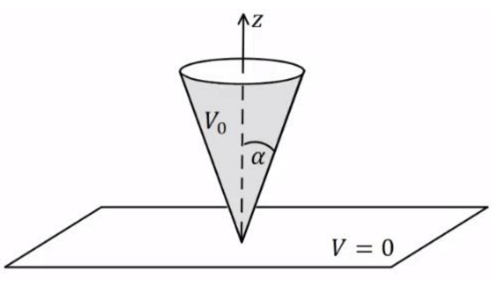
2) דוגמה – מצא את צפיפות המטען על שפת הכדור

כדור מוליך ברדיוס a נמצא בתוך קבל לוחות.
השדה בין הלוחות הוא E_0 כלפי מטה ונתון
ש- $a << d$.
השתמש בפוטנציאל שמצאת בדוגמה הקודמת
ומצא את התפלגות המטען על שפת הכדור.



3) חרוט מעל מישור

חרוט אינסופי בעל זווית פתיחה α עשוי חומר
מוליך ומוחזק בפוטנציאל V_0.
החרוט נמצא מעל מישור מוארק (הנח כי יש
מבודד בין קודקוד החרוט למישור).
מצא את הפוטנציאל בכל המרחב.
נתון כי: $Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.



תשובות סופיות:

1) $V(r,\varphi)=E_0\left(r-a^3r^{-2}\right)\cos\varphi$.

2) $\sigma_a=-3\varepsilon_0E_0\cos\varphi$.

3) $V(\varphi)=V_0\left(\frac{\ln\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right)}{\ln\left(\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)}\right)$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 11 - דיפול קוואדרופול ופיתוח מולטיפולי לפוטנציאל

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

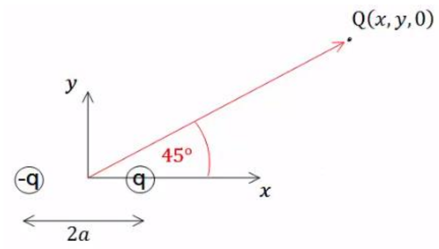
1) דיפול בראשית מזיז אלקטרון

נתון דיפול $\vec{p}=(p,0,0)$ הנמצא בראשית.

א. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,0,0)$ עם מהירות $(v,0,0)$ ייעצר בנקודה $(b,0,0)$.

ב. מצא את הגודל p כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(a,-\sqrt{2}a,0)$ עם מהירות $(0,0,v)$ יבצע תנועה מעגלית.

2) תרגיל ופיתוח הנוסחה של דיפול מהשדה



שני מטענים בעלי מטען q ו- $-q$ ממוקמים ב- $x=a$ ו- $x=-a$.

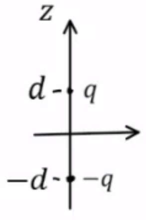
א. חשב את הכוח הפועל על מטען שלישי Q הנמצא בנקודה $(x,y,0)$.

ב. הנח שמרחק המטען מהראשית גדול בהרבה מהמרחק בין המטענים והזווית של וקטור מיקום המטען עם ציר ה- x היא 45 מעלות.
השתמש בתשובה של סעיף א' ובקירובים, וחשב מה הכוח הפועל על המטען.

ג. חשב את וקטור מומנט הדיפול שיוצרים המטענים.

ד. חשב שוב את הכוח הפועל על המטען, הפעם השתמש בנוסחה של שדה של דיפול והראה כי התשובה זהה לתשובה של סעיף ב'.

3) חישוב שגיאה



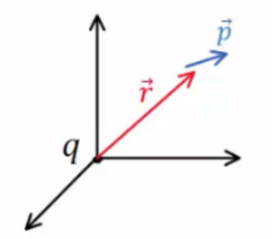
מטען q נמצא ב- $(0,0,d)$ ומטען $-q$ נמצא ב- $(0,0,-d)$.

א. חשב את הפוטנציאל המדויק בנקודה כלשהיא על ציר z.

ב. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של הפוטנציאל של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהפוטנציאל האמיתי?

ג. מהו הערך המינימלי של z כך שהקירוב של השדה של דיפול לא יסטה יותר מאחוז אחד מהשדה האמיתי?

4) מטען נקודתי ודיפול (כולל אנרגיה וכוח)



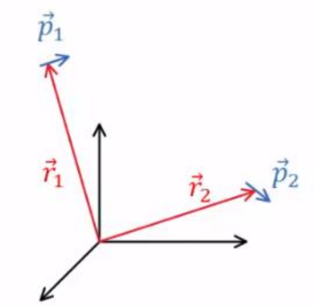
דיפול חשמלי בעל מומנט דיפול $\vec{p}$ נמצא במיקום $\vec{r}$.
מטען נקודתי q נמצא בראשית.
התייחס ל- q, $\vec{p}$ ו- $\vec{r}$ כנתונים.

א. חשב את מומנט הכוח שפועל על הדיפול.

ב. חשב את האנרגיה של הדיפול.

ג. הראה כי הכוח הפועל על הדיפול הוא: $\vec{F}=\frac{k\left(\vec{p}\cdot r^2-(\vec{p}\cdot\vec{r})\cdot\vec{r}\right)}{r^5}$.

5) אנרגיית דיפול-דיפול



דיפול $\vec{p}_1$ ממוקם ב- $\vec{r}_1$ ודיפול $\vec{p}_2$ ממוקם ב- $\vec{r}_2$.

א. הראה שהאנרגיה של $\vec{p}_2$ בשדה של $\vec{p}_2$

היא: $U=\frac{k}{\tilde{r}^3}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2-3\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\right)$

כאשר: $\vec{\tilde{r}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\tilde{r}=\left|\vec{\tilde{r}}\right|$ ו- $\hat{\tilde{r}}=\frac{\vec{\tilde{r}}}{\tilde{r}}$.

ב. אנרגיה זו היא בעצם אנרגיה של מערכת דיפול-דיפול, הראה שאם היינו מחשבים את האנרגיה של $\vec{p}_1$ בשדה של $\vec{p}_2$ היינו מקבלים תוצאה זהה.

ג. מצא את הכוח הפועל על $\vec{p}_2$ והכוח על $\vec{p}_1$.

ד. מה שווה הכוח על $\vec{p}_2$ במקרה ש- $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומקביל ל- $\vec{\tilde{r}}$? ומה הכוח אם $\vec{p}_2$ מקביל ל- $\vec{p}_1$ ומאונך ל- $\vec{\tilde{r}}$.

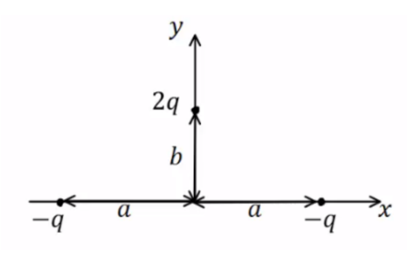
6) קוואדרופול של מטען בודד

מטען נקודתי בודד q ממוקם בנקודה נתונה (x_0,y_0,z_0).

א. מצא את ה- Q הכולל את $\vec{p}$ ואת כל הרכיבים של Q_{ij} למערכת.

ב. מניחים מטען נוסף $-q$ בראשית הצירים, כיצד ישתנו הגדלים שחישבת בסעיף א'.

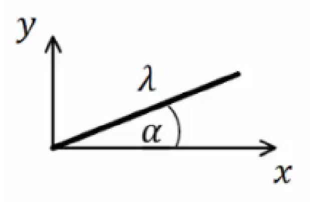
7) משולש מטענים



באיור הבא מתוארת התפלגות מטענים.
חשב את הפוטנציאל רחוק מאוד מההתפלגות עד הסדר הקוואדרופולי.

$V(\vec{r})=k\left(\frac{Q_T}{r}+\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}+\frac{1}{2r^5}\sum_{i,j}r_ir_jQ_{ij}\right)$.

8) מטען קווי בזווית



מוט דק באורך L טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת אורך λ. המוט מונח על מישור xy כך שקצה אחד שלו נמצא בראשית.
המוט יוצר זווית α עם ציר ה-x.
מצא את: $\vec{p}$, Q_T ו-Q_{ij} ורשום את הפוטנציאל עד לסדר הקוואדרופולי.

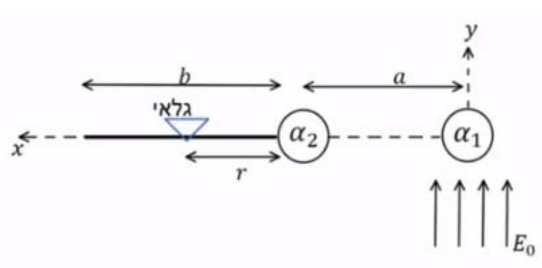
9) קליפה כדורית טעונה

קליפה כדורית ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית: $\sigma(\varphi)=\sigma_0\cos\varphi$
כאשר φ היא הזווית עם ציר ה-z ו-σ_0 קבוע נתון.
מצא את $\vec{p}$, Q_T ואת Q_{ij} ובטא את הפוטנציאל עד הסדר הקוואדרופולי בקואורדינטות כדוריות.

10) מערכת למדידת קיטוביות

המערכת הבאה מיועדת למדידת הקיטוביות של חלקיק. מניחים חלקיק עם קיטוביות ידועה α_1 בראשית ומפעילים רק עליו שדה חשמלי אחיד: $\vec{E}=E_0\hat{y}$.
החלקיק הנמדד נמצא על ציר ה-x ובמרחק a מהראשית.
ניתן להניח שהחלקיקים מאוד קטנים ביחס למרחק ביניהם.
מניחים על ציר ה-x בתחום: $a<x<a+b$ מסילה ועליה גלאי המודד את עוצמת השדה החשמלי. נסמן את המרחק של הגלאי מהחלקיק הנמדד ב-r.

א. מה צריך להיות כיוון הדיפולים שנוצרים בחלקיקים במצב היציב?
ב. הנח ש-α_1 ו-α_2 נתונים וכתוב באמצעותם זוג משוואות מהן ניתן למצא את $\vec{p}_1$ ו-$\vec{p}_2$.
ג. הנח שמומנטי הדיפול ידועים וכתוב ביטוי לשדה החשמלי במיקום של הגלאי.
ד. כאשר הגלאי נמצא ב-$r=r_0$ נתון כי השדה הנמדד הוא אפס.
מצא את α_2.
האם הכרחי לדעת מהו α_1?



תשובות סופיות:

1) א. $p=\frac{1}{2}mV^2ek\left(\frac{a^2\cdot b^2}{b^2-a^2}\right)$. ב. ראה סרטון.

2) א. $\vec{F}=Q\vec{E}_T$. ב. ראה סרטון. ג. $\vec{P}=q2a\hat{x}$. ד. ראה סרטון.

3) א. $\varphi=\frac{kq2d}{z^2-d^2}$. ב. $z_{\min}=10d$. ג. $z_{\min}\approx 14.14d$.

4) א. $\vec{\tau}=\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\times\vec{r}\right)$. ב. $U=-\frac{kq}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה.

ג. $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2\cdot\tilde{\tilde{r}}+\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_1+\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\cdot\vec{p}_2-5\left(\vec{p}_1\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\left(\vec{p}_2\cdot\hat{\tilde{r}}\right)\hat{\tilde{r}}\right)$, $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$.

ד. $\vec{F}_2=-\frac{6k}{\tilde{r}^4}p_1p_2\hat{\tilde{r}}$, $\vec{F}_2=\frac{3k}{\tilde{r}^4}\left(p_1p_2\hat{\tilde{r}}\right)$.

6) א. $Q_T=q$, $\vec{p}=q\left(x_0,y_0,z_0\right)$, $Q_{11}=q\left(2x_0'^2-y_0'^2-z_0'^2\right)$, $Q_{12}=\left(3x_0'y_0'-0\right)q$,
$Q_{13}=3x_0'z_0'q$, $Q_{21}=3x_0'y_0'q$, $Q_{22}=\left(2y_0'^2-x_0'^2-z_0'^2\right)q$, $Q_{23}=3y_0'z_0'q$,
$Q_{31}=3x_0'z_0'q$, $Q_{32}=3y_0'z_0'q$, $Q_{33}=\left(2z_0'^2-x_0'^2-y_0'^2\right)q$.

ב. $Q_T=0$, $\vec{p}=$ לא משתנה , $Q_{ij}=$ לא משתנה.

7) $V\left(\vec{r}\right)=\frac{k2qby}{r^2}+\frac{kq}{r^5}\left(-x^2\left(2a^2+b^2\right)+y^2\left(a^2+2b^2\right)+z^2\left(a^2-b^2\right)\right)$.

8) $Q_T=\lambda L$, $\vec{p}=\frac{\lambda L^2}{2}\left(\cos\alpha\hat{x}+\sin\alpha\hat{y}\right)$, $Q_{xx}=\lambda\left(3\cos^2\alpha-1\right)\frac{L^3}{3}$,
$Q_{xy}=L^3\cos\alpha\sin\alpha$, $Q_{xz}=0$, $Q_{yx}=Q_{xy}$, $Q_{yy}=\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)$, $Q_{yz}=0$,
$Q_{zx}=0$, $Q_{zz}=-\lambda\frac{L^3}{3}$.

$$V\left(\vec{r}\right)=k\left(\frac{\lambda L}{r}+\frac{\lambda L^2}{2r^3}\left(x\cos\alpha+y\sin\alpha\right)+\frac{1}{2r^5}\left(x^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\cos^2\alpha-1\right)+xyL^3\cos\alpha\sin\alpha\cdot 2+y^2\frac{\lambda L^3}{3}\left(3\sin^2\alpha-1\right)+z^2\left(-\lambda\frac{L^3}{3}\right)\right)\right)$$

9) $Q_T=0$, $\vec{p}_x=\vec{p}_y=0$, $\vec{p}_z=4\pi\sigma_0R^3\cdot\frac{1}{3}$, $Q_{xx}=Q_{yy}=Q_{zz}=0$, $V\left(\vec{r}\right)=\frac{4k\pi\sigma_0R^3\cos\varphi}{3r^2}$.

10) א. שני הדיפולים בכיוון $\hat{y}$. ב. $\vec{p}_1=\varepsilon_0\alpha_1\left(E_0\hat{y}-\frac{k\vec{p}_2}{a^3}\right)$, $\vec{p}_2=\varepsilon_0\alpha_2\left(-\frac{k\vec{p}_1}{a^3}\right)$.

ג. $\vec{E}=\frac{k\left(-\vec{p}_1\right)}{\left(a+r\right)^3}+\frac{k\left(-\vec{p}_2\right)}{r^3}$. ד. $\alpha_2=\frac{4\pi a^3r_0^3}{\left(a+r\right)^3}$, לא.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 12 - שדה חשמלי בחומר

תוכן העניינים

שדות אלקטרומגנטיים 141035

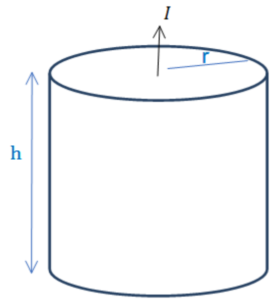
פרק 13 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

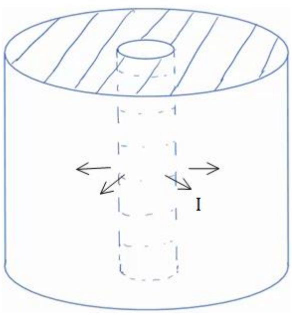
1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.
ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

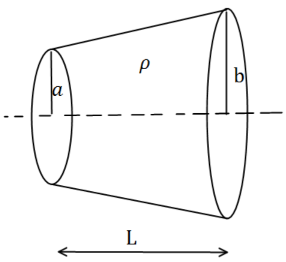
2) זרם רדיאלי



קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

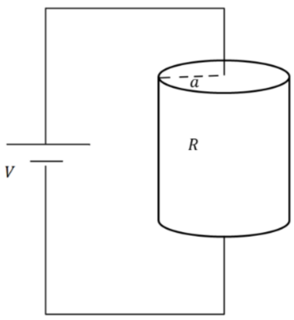
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

4) צפיפות זרם בנגד גלילי



נגד גלילי בעל רדיוס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. מצא את צפיפות הזרם הנפחית בנגד.
ב. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס העליון?
ג. מהי צפיפות הזרם המשטחית על הבסיס התחתון?

5) אנטנת דיפול

התפלגות הזרם בתיל נתונה לפי:

$$I(x,t)=\begin{cases} I_0\cos(\omega t) & |x|<\frac{b}{2} \\ 0 & |x|>\frac{b}{2} \end{cases}$$

כאשר: I_0,ω,b קבועים נתונים.

מצא את התפלגות המטען ליחידת אורך במרחב.

6) צפיפות זרם ברגע נתון

צפיפות הזרם ברגע מסוים נתונה ע"י הנוסחה: $\vec{j}=\alpha\left(x^3\hat{x}+y^3\hat{y}+z^3\hat{z}\right)$

כאשר α קבועה וחיובית.

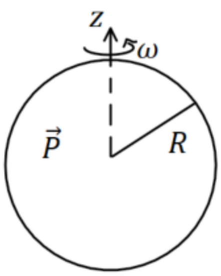
א. מהן היחידות של α?

ב. באותו הרגע, מהו קצב השינוי בצפיפות המטען בנקודה $(1,-3,4)$?

ג. נסמן את סך המטען בתוך כדור ברדיוס R שמרכזו בראשית הצירים ב-Q.

מצא את $\frac{dQ}{dt}$. האם Q גדל, קטן או נשאר קבוע?

7) כדור מקוטב מסתובב



כדור שרדיוסו R מלא בחומר דיאלקטרי בקיטוב

אחיד: $\vec{P}=P_0\hat{z}$. הכדור מסתובב סביב ציר ה-z

במהירות זוויתית קבועה ω.

הנח שהקיטוב אינו משתנה בעקבות הסיבוב.

א. מצא את צפיפות הזרם של המטענים הקשורים.

ב. צייר גרף של צפיפות הזרם כפונקציה של הקואורדינטות המתאימות.

ג. מה סך הזרם שעובר דרך חצי עיגול ברדיוס R שבסיסו על ציר ה z?

8) צפיפות זרם בכדור מוליך עם לאפלס בכדוריות

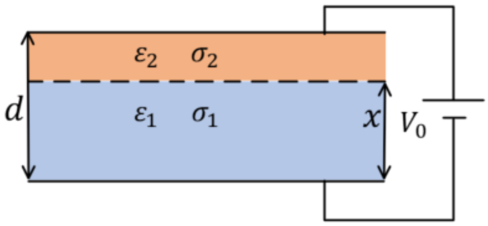
כדור מוליך ברדיוס a עשוי מחומר בעל מוליכות אחידה σ.

שפת הכדור מוחזקת בפוטנציאל: $V(a)=V_0\cos\varphi$.

כאשר φ היא הזווית עם ציר ה z.

מצא את צפיפות הזרם בתוך הכדור.

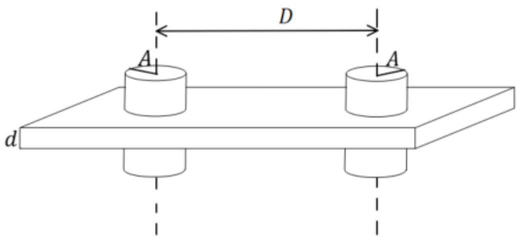
9) קבל עם שני חומרים דיאלקטריים מוליכים



קבל לוחות מלבני בעובי d מלא בשני חומרים דיאלקטרים מוליכים.
חומר אחד בעל מקדם דיאלקטרי ε_1 ומוליכות σ_1 וחומר שני בעל מקדם דיאלקטרי ε_2 ומוליכות σ_2.
החומר הראשון ממלא את הקבל עד למרחק x מהלוח התחתון והחומר השני ממלא את שאר הקבל (ראה איור).
הקבל מחובר למקור מתח V_0, הנח שהזרם בתוך הקבל קבוע.

א. מצא את הפוטנציאל במרחק x מהלוח התחתון וביחס אליו.
ב. מצא את צפיפות המטען החופשי בין החומרים.

10) שתי אלקטרודות גליליות במישור דיאלקטרי מוליך



נתון לוח אינסופי העשוי מחומר דיאלקטרי-מוליך אחיד שפאותיו מקבילות ועוביו d.
מוליכות המישור היא σ.
נתונים גם שני גלילים מתכתיים, שניהם בעלי רדיוס A וציריהם מקבילים.
המרחק בין צירי הגלילים הוא D.
הגלילים עוברים דרך הלוח הדיאלקטרי-מוליך כאשר ציריהם ניצבים לפאות הלוח.
מצא את הזרם שזורם בין הגלילים המתכתיים (המתארים בעצם שני אלקטרודות) במקרים הבאים, אם נתון שהפרש הפוטנציאלים ביניהם הוא V.

א. $A \ll D$.
ב. רדיוס הגלילים אינו קטן בהרבה מחצי המרחק בין הגלילים.
(בשביל סעיף זה צריך להכיר איך מוצאים פוטנציאל של שני גלילים מוליכים באמצעות שיטת השיקופים).

11) תיל בתחתית אגם

תיל ברדיוס A וארוך מאוד מונח בתחתית של אגם עמוק מאוד.
התיל מקביל לקרקע של האגם ומרכז התיל נמצא במרחק H ממנו.
הניחו שתחתית האגם היא מישור מוליך בעל מוליכות טובה מאוד ומוליכות המים היא σ.
מצאו את ההתנגדות בין התיל לתחתית האגם עבור יחידת אורך של התיל.

12) קליפה כדורית עבה ומוליכה עם כדור קטן בתוכה

קליפה כדורית מוליכה בעלת רדיוס פנימי $3R$ ורדיוס חיצוני $5R$ טעונה במטען Q. המוליכות הסגולית של הקליפה תלויה במרחק ממרכז הקליפה r לפי: $\sigma(r)=\sigma_0\frac{r^2}{3R^2}$. בתוך החלל הפנימי של הקליפה נמצא כדור ברדיוס R עם מוליכות גבוהה מאוד ביחס למוליכות הקליפה. מרכז הכדור מתלכד עם מרכז הקליפה. חוט מוליך (עם מוליכות גבוהה מאוד גם כן) מחבר את הכדור אל מחוץ לקליפה דרך תעלה צרה בקליפה. דרך החוט המוליך טענו את הכדור במטען $-Q$, והמתינו עד שהמערכת התייצבה.

א. כיצד מתפלג המטען על הכדור הפנימי וכיצד מתפלג המטען על הקליפה?

חיברו את הכדור להארקה לזמן קצר מאוד. בגלל המוליכות הגבוהה של הכדור (ביחס לקליפה) הפוטנציאל בו הספיק להתאפס בעוד שהתפלגות המטען על הקליפה העבה עדיין לא השתנתה. נסמן ב-$t=0$ את רגע הניתוק מההארקה.

ב. מה המטען על הכדור ב-$t=0$?

ג. אם נמתין זמן מספיק ארוך כיצד יתפלג המטען במרחב?

ד. חשב את השדה החשמלי במרחב כתלות במקום ובזמן.

ה. חשב את צפיפות המטען הנפחית כתלות במקום ובזמן בקליפה המוליכה.

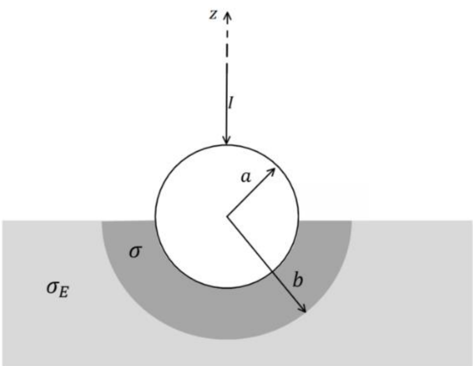
ו. שרטט גרף של צפיפות המטען בקליפה ב-$r=4R$ כתלות בזמן.

ז. חשב את צפיפות המטען המשטחית על הדופן הפנימית ועל הדופן החיצונית של הקליפה והשווה לסעיף ג׳.

ח. הראה כי הספק החום המתפתח במוליך הוא: $\iiint\sigma(r)E^2(r,t)dv$.

ט. הראה כי האנרגיה הכוללת שהפכה לחום בקליפה שווה לשינוי באנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת.

13) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע



הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא. חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ. המוליכות של האדמה היא σ_E.

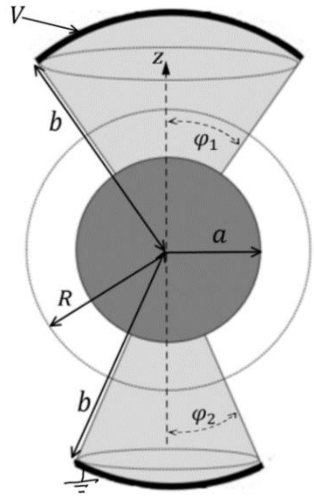
א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.

ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ״ל.

ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.

ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

14) כדור ושתי גזרות



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \varphi \le \varphi_1, 0 \le \theta \le 2\pi$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$ $a \le r \le b$, $0 \le \varphi \le \varphi_2$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$ ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).
ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.
ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת צפיפות הזרם המתאימה.
ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.
ה. הראו כי משפט פוינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$. ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$. ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}\ ,\ E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$.

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$. ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$. ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$.

3) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$.

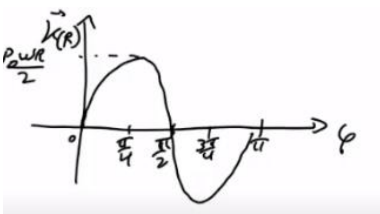
4) א. $J=\frac{V}{\pi a^2 R}$. ב. $K_r(r)=\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

ג. $K_r(r)=-\frac{V}{2\pi a^2 R}\left(\frac{\alpha^2}{r}-r\right)$.

5) $\lambda(x,t)=\frac{I_0}{\omega}\sin(\omega t)\left(\delta\left(\frac{b}{2}-x\right)-\delta\left(\frac{b}{2}+x\right)\right)$.

6) א. $\frac{A}{m^5}$. ב. $\frac{d\rho}{dt}=-78\alpha\cdot m^2$. ג. $\frac{dQ}{dt}=12\pi\alpha\cdot\frac{R^5}{5}$, המטען גדל.

7) א. $\vec{K}=\frac{1}{2}\rho_0\omega R\sin 2\varphi\hat{\theta}$. ב. גרף:



ג. $I=0$.

8) $\vec{J}=-\frac{\sigma V_0}{a}\hat{z}$.

9) א. $\frac{\sigma_2 V_0\cdot x}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$. ב. $\sigma_\rho=\frac{(\varepsilon_1\sigma_2-\varepsilon_2\sigma_1)V_0}{x(\sigma_2-\sigma_1)+\sigma_1 d}$.

10) א. $\frac{\pi\sigma dV}{\ln\frac{D-A}{A}}$. ב. $\frac{\sigma\pi V}{\ln\left(\frac{D}{2A}+\sqrt{\left(\frac{D}{2A}\right)^2-1}\right)}$.

11) $R=\frac{\ln\left(\frac{H}{A}+\sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2-1}\right)}{2\pi\sigma l}$.

12) א. פנימי: $\eta(R)=\frac{-Q}{4\pi R^2}$, קליפה: $\eta(5R)=0\ ,\ \eta(3R)=\frac{Q}{4\pi(3R)^2}$.

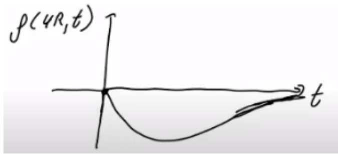
ב. $q^{?}=-\frac{Q}{3}$.

ג. $\rho=0$, $\eta(5R)=\frac{\frac{2Q}{3}}{4\pi(5R)^2}$, $\eta(3R)=\frac{\frac{Q}{3}}{4\pi(3R)^2}$, $\eta(R)=\frac{\frac{-Q}{3}}{4\pi R^2}$.

ד. $E(r,t)=\frac{2KQ}{3r^2}\cdot e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ה. $\rho(r,t)=-\frac{4KQ\sigma_0 t}{9R^2 r}e^{-\frac{\sigma(r)t}{\varepsilon_0}}$.

ו. שרטוט:



ז. $\eta(5R,t)=\frac{2Q}{4\pi\cdot 75R^2}\left(1-e^{-\frac{25\sigma_0 t}{3\varepsilon_0}}\right)$, $\eta(3R,t)=\frac{Q}{4\pi\cdot 27R^2}\left(e^{-\frac{3\sigma_0 t}{\varepsilon_0}}+1\right)$.

ח. הוכחה.
ט. הוכחה.

13) א. ראה סרטון.
ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_E r}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$.
ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

14) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$.
ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$,
$K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

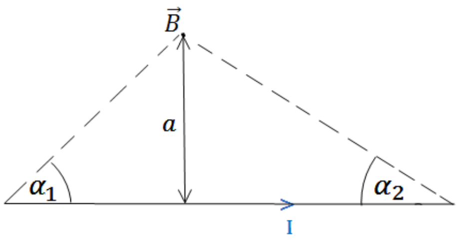
פרק 14 - חוק ביו סבר - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

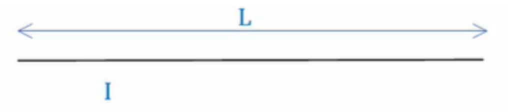
שאלות:

1) חישוב שדה של תיל סופי לפי זוויות



הראה כי גודלו של השדה המגנטי שיוצר תיל
בנקודה הנמצאת במרחק a מהתיל הוא:
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)$.
כאשר I הוא הזרם בתיל.

2) חישוב שדה של תיל סופי לפי וקטורים

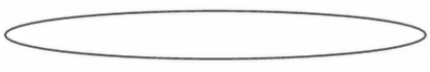


נתון תיל סופי באורך L וזרם I.
השדה נמצא במרחק y מהראשית.
חשב את השדה המגנטי של תיל סופי.

3) חישוב שדה של טבעת

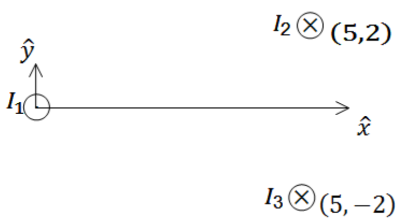
חשב את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה
של טבעת ברדיוס R כאשר בטבעת זורם זרם I.

4) חישוב שדה של דיסקה



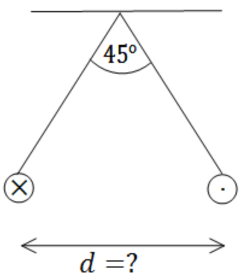
דיסקה ברדיוס R טעונה בצפיפות מטען משטחית σ.
הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית ω סביב
ציר הסימטריה שלה.
מצא את השדה המגנטי לאורך ציר הסימטריה.

5) שדה של שלושה תילים אינסופיים



שלושה תילים אינסופיים המקבילים לציר ה-z
מונחים במיקומים הבאים:
$\vec{r}_1(0,0)$, $\vec{r}_2(5,2)$, $\vec{r}_3(5,-2)$.
הזרמים בתילים הם:
$I_1 = 3A$ החוצה מהדף, $I_2 = 5A$ לתוך הדף, $I_3 = 4A$ גם כן לתוך הדף.
מצא באיזה נקודה לאורך ציר ה-x מתאפס הרכיב של השדה המגנטי בכיוון y?

6) שני תילים תלויים



שני תילים ארוכים מאוד תלויים מהתקרה באמצעות חוטים באורך זהה ולא ידוע.
בתילים זורם זרם של 100 אמפר בכיוונים מנוגדים.
הזווית בין החוטים היא 45 מעלות ומסתם ליחידת אורך היא: $\mu = 2\frac{\text{gr}}{\text{m}}$.
מצא את המרחק בין התילים.

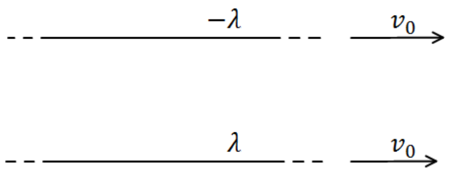
7) מצולע עם אן צלעות

במצולע משוכלל (כל הצלעות שוות) בעל n צלעות זורם זרם I.
נתון כי המצולע חסום ע"י מעגל ברדיוס R.

א. מהו השדה המגנטי במרכז המצולע?

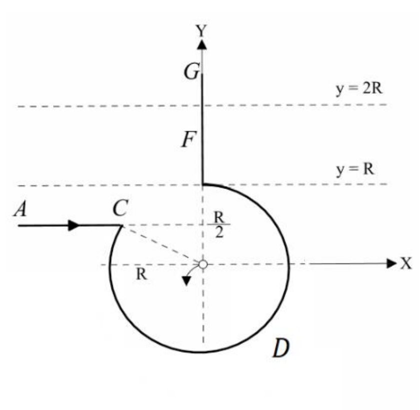
ב. בדוק עבור $n \to \infty$.

8) כוח מגנטי מתבטל עם חשמלי



שני תילים אינסופיים טעונים בצפיפות מטען λ ו-$-\lambda$.
התילים מקבילים ונמשכים במהירות קבועה v_0 ימינה.
מצא את גודל המהירות כך שהכוח המגנטי יתבטל עם הכוח החשמלי?

9) חישוב שדה של תיל מיוחד



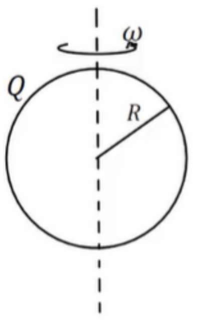
תיל ACDFG כולל חלק מעגלי שרדיוסו R ושני קטעים ישרים אינסופיים.
המשך הקו AC חותך את רדיוס המעגל במרכזו (ראו בשרטוט).
בתיל זורם זרם I, כיוון הזרם מסומן בשרטוט.

א. מהו גודלו וכיוונו של וקטור השדה המגנטי במרכז החלק המעגלי של התיל?

ב. חלקיק טעון עובר דרך מרכז החלק המעגלי של התיל מסלולו מתעקם עקב השפעת השדה המגנטי של התיל.
צורת המסלול וכיוון התנועה נתונים בשרטוט.
מהו סימן מטענו של החלקיק?

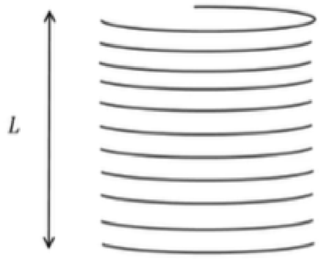
ג. בניסוי נוסף יוצרים שדה מגנטי לא אחיד בכל התחום $R < y < 2R$.
חלק של התיל FG נמצא בתוך תחום זה (ראו בשרטוט).
נתון וקטור השדה $\vec{B}(0,0,\ ay^2)$, כאשר הקבוע a נתון.
מהו הכוח המגנטי ששדה זה מפעיל על התיל?

(10 שדה במרכז קליפה כדורית מסתובבת



קליפה כדורית ברדיוס R טעונה במטען Q המפולג באופן אחיד על פני הקליפה.
הקליפה מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.
הנח כי הסיבוב אינו משפיע על התפלגות המטען וחשב את השדה המגנטי במרכז הקליפה.

(11 שדה של סליל סופי



בסליל סופי באורך L, רדיוס R וצפיפות ליפופים אחידה ליחידת אורך n זורם זרם I .
חשבו את השדה המגנטי ב:
א. מרכז הסליל.
ב. הקצה העליון של הסליל.

תשובות סופיות:

1) שאלת הוכחה.

2) $$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi y}\frac{IL\hat{z}}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

3) $$Bx=By=0\ ,\ Bz=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

4) $$\vec{B}_T=\frac{\mu_0\sigma w}{2}\left(\left(R^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}+z^2\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{1}{2}}-2z\right)$$

5) $x_1=-2.76\ ,\ x_2=5.26$

6) $d=0.241\text{m}$

7) א. $B=\frac{n\mu_0 I}{2\pi R}\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$ ב. $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

8) $V=3\cdot 10^8\ \frac{m}{sec}$

9) א. $Bz=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(2-\sqrt{3}\right)$ ב. שלילי   ג. $\vec{F}=\frac{Ia}{3}7R^3\hat{x}$

10) $B_z=\frac{\mu_0 Qw}{6\pi R}$

11) א. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ב. $\frac{\mu_0 InL}{2\left(R^2+\left(L\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$

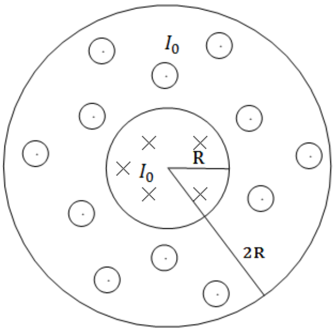
שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 15 - חוק אמפר - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:



1) כבל קו-אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי מורכב מגליל מוליך בעל רדיוס R ומעטפת מוליכה עבה בעלת רדיוס פנימי R ורדיוס חיצוני 2R (ניתן להניח כי קיים מבודד דק בין הגליל הפנימי למעטפת).

בגליל הפנימי זורם זרם I_0 בצפיפות זרם אחידה לתוך הדף.

במעטפת זורם גם כן זרם I_0 בצפיפות אחידה החוצה מהדף.

א. מצא את צפיפות הזרם בגליל ובמעטפת.

ב. מהו השדה המגנטי בכל המרחב?

2) שדה של מישור דק אינסופי

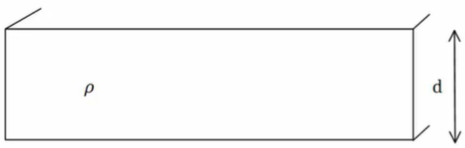
נתון מישור אינסופי דק אשר זורם בו זרם.

נניח שהמישור טעון בצפיפות מטען σ.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x במהירות קבועה V_0.

חשב את השדה המגנטי.

3) שדה של מישור עבה



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

המישור מונח במקביל למישור xy וראשית הצירים במרכזו.

המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0.

מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

4) שדה של סליל אינסופי

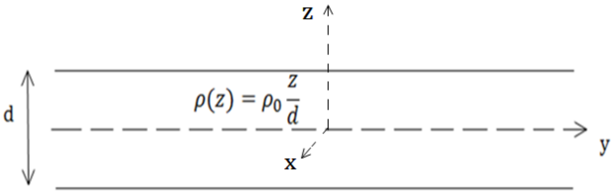
נניח אורך סליל l ומספר ליפופים כולל של סליל N.

צפיפות הליפופים n, רדיוס טבעת a ושטח חתך הסליל של כל טבעת הינו S.

קיימת סימטריה בציר ה-z.

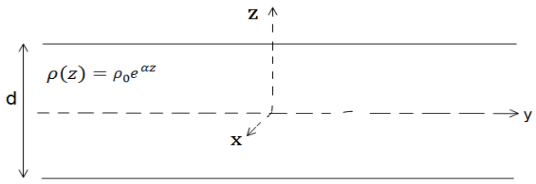
חשב את השדה המגנטי.

5) מישור עם צפיפות מטען משתנה



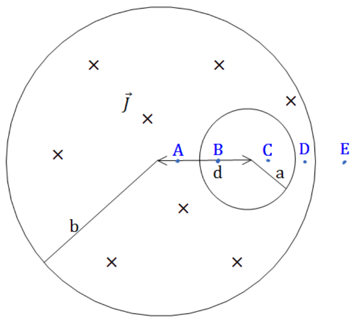
מישור אינסופי בעובי d טעון
בצפיפות מטען משתנה ליחידת
נפח $\rho(z) = \rho_0 \frac{z}{d}$.
המישור מונח במקביל למישור xy
וראשית הצירים במרכזו.
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x (החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

6) מישור אינסופי עם צפיפות אקספוננציאלית



מישור אינסופי בעובי d טעון בצפיפות מטען
משתנה ליחידת נפח $\rho(z) = \rho_0 e^{\alpha z}$
כאשר אלפה קבוע.
המישור מונח במקביל למישור xy וראשית
המישור מתחיל לנוע בכיוון ציר ה-x
(החוצה מהדף) במהירות קבועה V_0 .
מצא את השדה המגנטי מחוץ ובתוך המישור.

7) חור בגליל

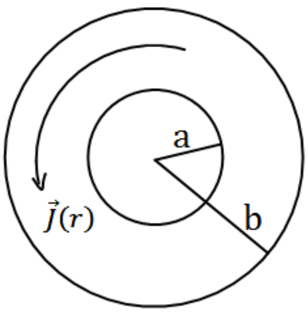


בגליל אינסופי ברדיוס a קודחים חור גלילי ברדיוס b.
מרכז החור נמצא במרחק d ממרכז הגליל.
בגליל זורם זרם לתוך הדף בצפיפות זרם אחידה
ונתונה J .

א. מצא את השדה המגנטי בנקודות A , B , C , D , E
המסומנות בסרטוט.
הנח כי מרחק הנקודות מהמרכז ידוע וכי כל
הנקודות נמצאות על הציר העובר בשני מרכזי הגלילים.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל נקודה בתוך החור.
רמז: $\hat{\theta} = \hat{z} \times \hat{r}$ והשדה בתוך החור אחיד.

8) שדה מגנטי של זרם היקפי



בגליל אינסופי בעל רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b
זורם זרם היקפי בעל צפיפות זרם $\vec{J}(r) = Ar^3\hat{\theta}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.
A קבוע נתון.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{J}_{in}=\frac{I_0}{\pi R^2}\hat{z} \quad r<R\ ,\ \vec{J}=\frac{-I_0}{\pi 3R^2}\hat{z} \quad R<r<2R$

ב. $\vec{B}=\frac{I_0 r}{2\pi R^2}\theta \quad r<R\ ,\ B=0 \quad R<r<2R$

2) $$\vec{B}=\frac{\sigma V_0\mu_0}{2}\begin{cases}(-\hat{y}) & z>0\\ (+\hat{y}) & z<0\end{cases}$$

3) $$\vec{B}=\rho_0 V_0 z(-\hat{y})\ ,\quad \vec{B}=\frac{\rho V_0 d\mu_0}{2}\begin{cases}-\hat{y} & z>\frac{d}{2}\\ \hat{y} & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

4) $\vec{B}=\mu_0 In\hat{z}$

5) $$\vec{B}=0 \quad z>\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=0 \quad z<-\frac{d}{2}\ ,\ \vec{B}=\frac{\mu_0\rho_0 V_0}{2d}\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2-z^2\right)\hat{y} \quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

6) $$,\ \vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}-e^{\alpha\frac{d}{2}}\right)\hat{y}\cdot\begin{cases}(+1) & z>\frac{d}{2}\\ (-1) & z<-\frac{d}{2}\end{cases}$$

$$\vec{B}=\frac{\rho_0 V_0}{2\alpha}\left(e^{-\alpha\frac{d}{2}}+e^{\alpha\frac{d}{2}}-2e^{\alpha z}\right)\hat{y} \quad -\frac{d}{2}<z<\frac{d}{2}$$

7) א. $$\vec{B}_A=\frac{\mu_0 J}{2}\left(r+\frac{b^2}{d-r}\right)\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_B=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_C=\frac{\mu_0 Jd}{2}\hat{\theta}\ ,\ \vec{B}_D=\frac{\mu_0 Jr}{2}\hat{\theta}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$$

$$\vec{B}_E=\frac{\mu_0 Ja^2}{2r}-\frac{\mu_0 Jb^2}{2(r-d)}\hat{\theta}$$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 J}{2}\hat{z}\times d$

8) $$\vec{B}=\frac{b^4-r^4}{4}\mu_0\hat{z} \quad a<r<b\ ,\ \vec{B}=A\frac{b^4-a^4}{4}\mu_0\hat{z} \quad 0<r<a$$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 16 - מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון - מתוך פיזיקה 2 לחזרה

תוכן העניינים

חוק אמפר הדיפרנציאלי:

שאלות:

1) מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$B_\theta = \begin{cases} Ar + \frac{C}{r} & r < a \\ \frac{D}{r} + \frac{C}{r} & a < r \end{cases} .$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

2) שדה בכיוון z

מצא את צפיפות הזרם (משטחית וקווית) היוצרת את השדה המגנטי הבא:

$$\vec{B} = \begin{cases} (Ar + C)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases} .$$

r הוא המרחק מציר ה-z (קואורדינטות גליליות).

תשובות סופיות:

1) $$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0}\begin{cases} (2A + 0)\hat{z} & r < a \\ 0 & a < r \end{cases}$$

2) $$\vec{J} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_0}\hat{\theta} & r < a \\ 0 & r < a \end{cases}$$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 17 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a\times b$ ומרחק d ביניהם.

בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t)=I_0\sin(\omega t)$.

בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t)=L\dfrac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.

כמו כן: $b>>a>>d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.

ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.

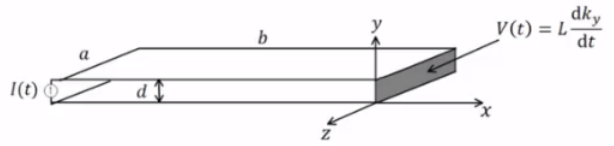
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?

ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.

ה. השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוויסטטי (ניתן להניח: $\dfrac{L}{\mu_0 d}>>b$).

ו. חשב את הווקטור פוינטינג בהתקן עד סדר ראשון.

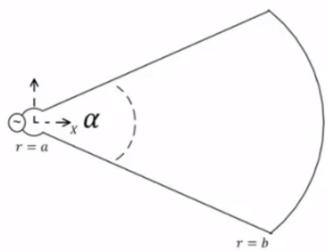
ז. הראה כי משפט פוינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



2) גיזרה גלילית

מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $\theta=\pm\dfrac{\alpha}{2}$, $a<r<b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $-\dfrac{\alpha}{2}\le\theta\le\dfrac{\alpha}{2}$, $r=b$.

הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש- $l>>b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- z. הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.



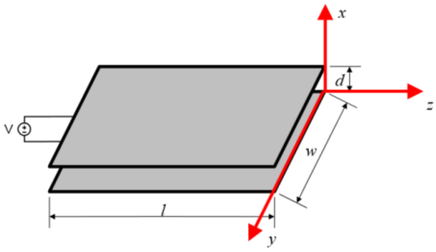
א. חשב את: $\vec{H}^{(0)}(r,\theta,t)$.

ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.

ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r,\theta,t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב- $r=a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

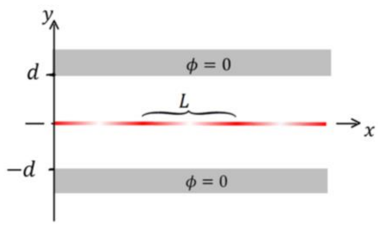
3) התכנסות למשוואת מקסוול

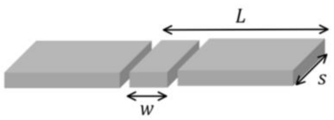


נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה.
אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d << l\,, w$.
בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח,
התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A\cos(\omega t)$
ללא תיקונים מסדר גבוה.
פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקווזיסטטי.

א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.
ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.
ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.
ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.
ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$.
מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?
ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.
ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.
ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.

4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים





קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על
מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v.
צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן
היא: $\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$.
הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$.
בהנחה ש- $v << c$ ניתן להשתמש בקירוב
הקווזיסטטי "ולהקפיא את הבעיה" כלומר להתייחס
לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.
ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.
ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L, מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w. מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד. הנח עומק החתיכה הוא s וכי $w << L$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}\ ,\ \vec{E}^{(0)}=0$.

ב. $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)\ ,\ \mathrm{H}^{(1)}=0$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)$.

ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0 d}+\frac{Lb}{\mu_0 d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0 d}$.

ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0 d}\right)(-\hat{x})$

ז. הוכחה.

2) א. $\vec{H}^{(0)}=-\frac{I}{l}\hat{z}$.

ב. $L=\frac{\mu_0\alpha\left(b^2-a^2\right)}{2l}$.

ג. $E_\theta=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(r-\frac{b^2}{r}\right)$.

ד. $V=\frac{\mu_0\dot{I}}{2l}\left(b^2-a^2\right)\alpha$.

3) א. $\vec{E}^{(0)}=-\frac{V}{d}\hat{x}\ ,\ \vec{H}^{(0)}=0$.

ב. $\vec{E}^1=0\ ,\ \vec{H}_y^{(1)}=\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z\ ,\ Kz=-\frac{\varepsilon_0\dot{V}}{d}z$.

ג. $I=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}\dot{V}\ ,\ \mathrm{C}=\frac{\varepsilon_0 lw}{d}$.

ד. $E_x^{(2)}=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\ddot{v}}{2d}z^2\ ,\ H^{(2)}=0$.

ה. $V^2=\frac{\mu_0 ld}{2w}\ddot{I}\ ,\ I^2=0$.

ו. $E^{(3)}=0\ ,\ H_y^{(3)}=-\varepsilon_0^2\mu_0\frac{\dddot{V}}{2d}\frac{z^3}{3}$.

ז. ראה סרטון.

ח. הוכחה.

4) א. $\phi_1=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d+y)+\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\sinh\left(k(y+d)\right)$,

$\phi_2=\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}(d-y)-\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\sinh\left(k(y-d)\right)$,

כאשר $\varphi=-Vt\ ,\ k=\frac{2\pi}{L}$.

ב. $\vec{E}_2=\frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\sinh\left(k(y-d)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0}+\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\cosh\left(k(y-d)\right)\right)\hat{y}$,

$\vec{E}_1=\frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\sinh\left(k(y+d)\right)\hat{x}+$

$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0}-\frac{\eta_1}{2\varepsilon_0\cosh(kd)}\cos\left(k(x+\varphi)\right)\cosh\left(k(y+d)\right)\right)\hat{y}$.

ג. $\bar{p}=\frac{1}{2}I_0^2R$, $q\approx-5\left(\frac{\eta_0\omega}{2}+\frac{\eta_1\omega\cos k\varphi}{2\cosh(kd)}\right)$ כאשר $I_0=\frac{5\omega kv\eta_1}{2\cosh(kd)}$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 18 - הפוטנציאל הוקטורי

תוכן העניינים

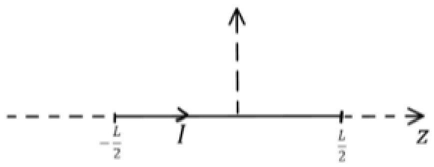
הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) מצא צפיפות מפוטנציאל

מצא את צפיפות הזרם שיצרה את הפוטנציאל הוקטורי $\vec{A} = C\hat{\varphi}$ בקואורדינטות גליליות, כאשר C קבוע.

2) פוטנציאל וקטורי של תיל סופי



תיל סופי באורך L נושא זרם I מונח לאורך ציר ה-z.

א. מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב שיוצר התיל.

ב. מצא את השדה המגנטי בנקודה מעל אמצע התיל.

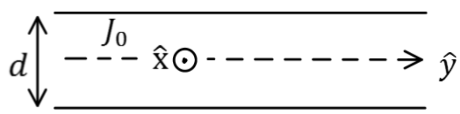
3) סליל אינסופי

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n ורדיוס a.
מצא את הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב אם בסליל זורם זרם I.

4) גליל אינסופי

מצא את הפוטנציאל הוקטורי שיוצר גליל אינסופי ברדיוס a הנושא זרם I, אם צפיפות הזרם בגליל אחידה.

5) מישור עבה עם צפיפות זרם אחידה



מישור אינסופי נמצא במקביל למישור $x-y$ כאשר המישור $x-y$ נמצא במרכזו.
במישור צפיפות זרם אחידה $\vec{J} = J_0\hat{x}$.
עובי המישור הוא d.

א. מצא את כיוון הפוטנציאל הוקטורי במרחב.

ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) $\vec{J}=\frac{C}{r^2}\hat{\varphi}$

2) א. $\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\left(\frac{z+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}{z-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{L}{2}\right)^2+x^2+y^2}}\right)\hat{z}$

ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0 IL\cdot\hat{y}}{4\pi x\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+x^2}}$

3) $\vec{A}=\frac{\mu_0 In}{2}\hat{\varphi}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 Ina^2}{2r}\hat{\varphi}\quad r>a$

4) $\vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\cdot\frac{r^2}{2}\hat{z}\quad r<a\ ,\ \vec{A}=\frac{\mu_0 J_0}{2}\left(\frac{a^2}{2}+a^2\ln\frac{r}{a}\right)\hat{z}\quad r>a$

5) א. $\vec{A}=A(z)\hat{x}\ ,\ \vec{B}=B(z)\hat{y}$

ב. $A(z)=\begin{cases}-\mu_0 J\frac{z^2}{2}\hat{x} & |z|<\frac{d}{2}\\ \frac{-\mu_0 Jd}{2}\left(z-\frac{d}{4}\right)\hat{x} & |z|>\frac{d}{2}\end{cases}$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

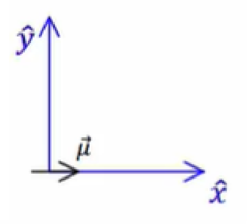
פרק 19 - מומנט דיפול מגנטי

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

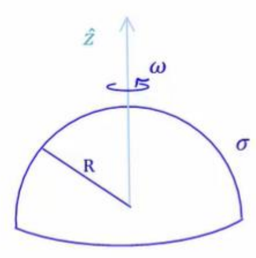
שאלות:

1) מטען מסתובב סביב דיפול בראשית



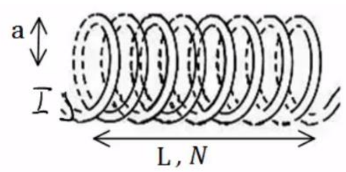
נתון דיפול מגנטי הממוקם בראשית $\mu = (\mu, 0,0)$.
מצא את μ כך שאלקטרון הממוקם בנקודה $(0, -\mathrm{a}, 0)$
עם מהירות $(0,0, \mathrm{v})$ יבצע תנועה מעגלית.

2) חצי קליפה כדורית מסתובבת



חצי קליפה כדורית, טעונה בצפיפות מטען
משטחית σ ומסתובבת סביב ציר z.
מצא את מומנט הדיפול המגנטי של הקליפה.

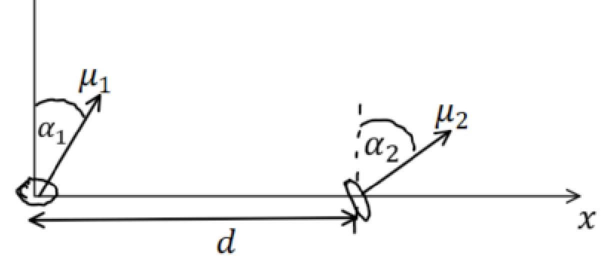
3) מומנט דיפול מגנטי של סליל



חשב את מומנט הדיפול המגנטי של סליל.

4) אנרגיית דיפול דיפול

שני דיפולים מגנטיים נמצאים במרחק d זה מזה לאורך ציר ה-x.
לשני הדיפולים מומנט מגנטי הזהה בגודלו : $|\vec{\mu_1}| = |\vec{\mu_2}| = \mu$.
שני וקטורי מומנט הדיפול נמצאים על מישור $x-y$ והזוויות שלהם עם ציר ה-y הן α_1 ו- α_2 בהתאמה. מצאו את העבודה הדרושה להרחיק את הדיפולים ממצב זה עד אינסוף. הניחו שהדיפולים אינם משנים את כיוונם בזמן שהם מתרחקים.



תשובות סופיות:

1) $|e|\frac{\mu_0\cdot\mu}{4\pi a^2}=m_e v$

2) $\vec{\mu}=\frac{2\pi R^4}{3}\sigma\omega\cdot\hat{z}$

3) $\mu_T=NI\pi a^2$

4) $\frac{\mu_0\mu_1\mu_2}{4\pi d^3}\left(2\sin(\alpha_1)\sin(\alpha_2)-\cos(\alpha_1)\cos(\alpha_2)\right)$

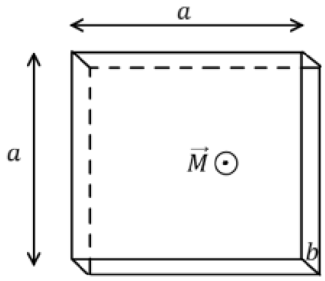
שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 20 - שדה מגנטי בחומר

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

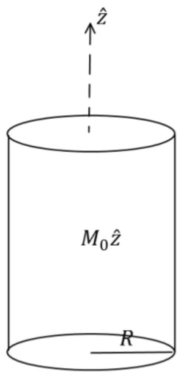


1) תיבה דקה ממוגנטת

נתונה תיבה בעלת אורך ורוחב a ועובי $a >> b$.
לתיבה מגנטיזציה "קפואה" (התיבה ממוגנטת כאשר היא לא בתוך שדה מגנטי חיצוני)ואחידה $\vec{M}$.
כיוון המגנטיזציה בכיוון מקביל לצלע b.

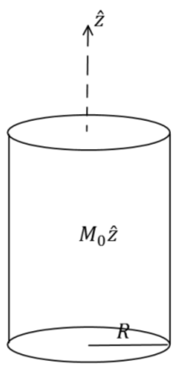
א. מצא את השדה המגנטי במרכז התיבה.

ב. מצא את השדה המגנטי רחוק מאוד מהתיבה.



2) גליל אינסופי ממוגנט

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה אחידה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.
מצא את השדה המגנטי בכל המרחב.



3) גליל ממוגנט נוסף

גליל אינסופי ברדיוס R מקוטב בצורה $\vec{M} = Ar\hat{\varphi}$.
כאשר A קבוע כלשהו ו- r הוא המרחק ממרכז הגליל.

א. מצא את הזרמים הקשורים בגליל ומצא את השדה המגנטי במרחב.

ב. מצא את השדה המגנטי בכל המרחב ע"י שימוש בוקטור השדה H וללא שימוש בזרמים קשורים.

4) סליל עם ליבה מגנטית

נתון סליל אינסופי עם צפיפות ליפופים ליחידת אורך n.
מכניסים לסליל ליבה מגנטית בעל סוספטביליות נתונה χ_m הממלאת את כל הנפח הכלוא בסליל.
מצא את השדה המגנטי בתוך הסליל אם בסליל זורם זרם I.

5) אנרגיה להאט גליל מסתובב

גליל אינסופי ברדיוס R בעל מקדם פראמבליות יחסי $\mu_r = \alpha r$ טעון בצפיפות מטען אחידה ליח׳ נפח ρ.

הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית ω.

א. מהו השדה המגנטי בתוך הגליל?

ב. כמה אנרגיה ליחידת אורך יש להשקיע על מנת להאט את המהירות הזוויתית של הגליל לרבע ממהירותו הנוכחית?

6) חומר ממלא חצי מרחב

חומר בעל צפיפות אטומים של $n = 2 \cdot 10^{28}\left[\frac{1}{m^3}\right]$ נמצא תחת שדה מגנטי חיצוני אחיד. החומר מתמגנט כך שבכל אטום מתקבל בממוצע דיפול מגנטי של $\vec{m} = 1.2 \cdot 10^{-24}[A \cdot m^2]\hat{x}$.

השדה המגנטי הנמדד בתוך החומר הוא : $\vec{B} = 0.04[T]\hat{x}$.

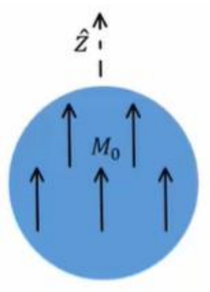
א. מצא את המגנטיזציה $\vec{M}$ בחומר, את הסוספטביליות המגנטית χ_m ואת הפאראמביליות μ של החומר.

ב. הנח שהחומר ממלא את חצי המרחב $x < 0$ וחצי המרחב השני הוא ריק. מהם הזרמים המושרים במרחב?

ג. מצא את השדה החיצוני $\vec{H}$ אשר יצר את המגנטיזציה.

ד. מה יהיה השדה המגנטי $\vec{B}$ בריק, סמוך מאוד לגבול בין הריק לחומר? כיצד תשתנה התוצאה אם החומר ממלא את חצי המרחב $y < 0$?

7) כדור ממוגנט



כדור ברדיוס R ממוגנט במגנטיזציה קבועה $\vec{M} = M_0\hat{z}$.

מצא את הפוטנציאל המגנטי בכל המרחב.

תשובות סופיות:

1) א. ראה סרטון
ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{\left(3Ma^2b\hat{z}\cdot\hat{r}\right)\hat{r}-Ma^2b\hat{z}}{r^3}\right)$

2) $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

3) א. $\vec{k}_b=-AR\hat{z}$, $\vec{J}_b=2A\hat{z}$, $\begin{matrix}\vec{B}=\mu_0\vec{M} & r<R \\ B=0 & r>R\end{matrix}$
ב. $\vec{B}=\mu_0\vec{M}$

4) $\vec{B}=\mu_0\left(1+Xm\right)nI\hat{z}$

5) א. $\vec{B}=\mu_0\alpha r\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}\quad r<R$, $\vec{B}=0\quad r>R$
ב. $\Delta\left(\frac{U_B}{l}\right)=\mu_0\alpha\rho^2\cdot\pi R^7\omega^2\cdot\frac{1}{56}(-1)$

6) א. $\vec{M}=2.4\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x}$, $Xm\approx2.07$, $\mu=3.86\cdot10^{-6}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$
ב. $\vec{J}_b=0$, $\vec{k}=0$
ג. $H=\begin{cases}1.16\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x<0\\ 3.56\cdot10^4\left(\frac{A}{m}\right)\hat{x} & x>0\end{cases}$
ד. $B_x\left(0^+\right)=0.04T$, $\vec{B}\approx0.01T\hat{x}$

7) $\phi_{m_1}=\frac{M_0}{3}r\cos\varphi$, $\phi_{m_2}=\frac{M_0R^3}{3}\cos\varphi$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 21 - חוק פאראדיי- מתוך פיזיקה 2 לחזרה

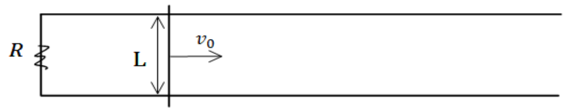
תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) מוט שזז על מסילה

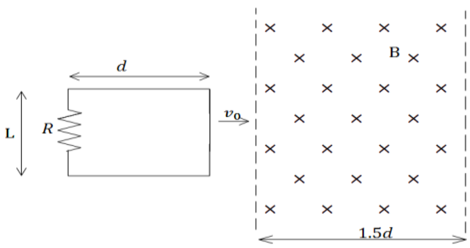
במערכת הבאה ישנה מסילה המורכבת ממוליכים אידיאליים.
בתחילת המסילה נמצא נגד R.
המרחק בין פסי המסילה הוא L.
על המסילה נמצא מוט מוליך נוסף המחבר בין שני פסי המסילה,
המוט הנוסף נע במהירות קבועה V_0.



א. מה הכא"מ במעגל?
ב. מהו הזרם במעגל?
ג. מה הכוח החיצוני הדרוש על מנת למשוך את המוט במהירות קבועה?
ד. מה ההספק של הכוח החיצוני?
ה. מה ההספק בנגד?

2) מסגרת נעה בתוך שדה

מסגרת מלבנית בעלת אורך d ורוחב L,
נעה במהירות קבועה v_0, לכיוון אזור בו שורר שדה מגנטי אחיד B.
אורך האזור הוא 1.5d ורוחבו ארוך מאוד.
למסגרת התנגדות כוללת R.
הנח כי ב-$t=0$ הצלע הימנית של המסגרת נכנסת לאזור עם השדה.



א. מצא את הכא"מ במסגרת (כתלות בזמן).
ב. מצא את הזרם במסגרת, גודל וכיוון (כתלות בזמן).
ג. מצא את הכוח הדרוש להפעיל על המסגרת על מנת שתנוע במהירות קבועה.
ד. מהו ההספק של הכוח ומהו ההספק שהופך לחום בנגד?

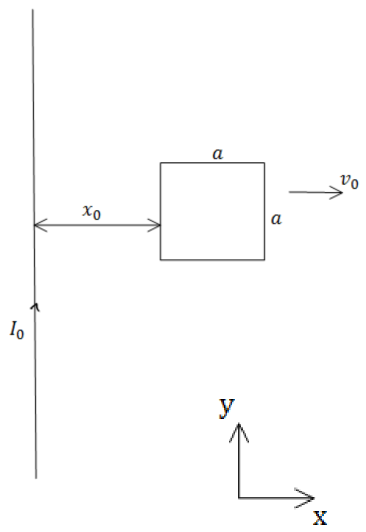
3) מסגרת נעה ליד תיל אינסופי

מסגרת ריבועית מוליכה עם צלע a נמצאת על מישור xy.

ונע במהירות קבועה V_0 בכיוון ציר ה- x.

מיקום המסגרת ב- $t=0$ הוא x_0.

תיל אינסופי מונח לאורך ציר ה- y וזורם בו זרם I_0 בכיוון החיובי של ציר ה- y.



א. מצא את הכא״מ במסגרת.

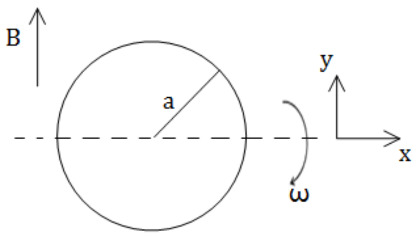
ב. מצא את הזרם במסגרת אם ידוע שההתנגדות הכללית שלה היא R.

ג. מצא את הכוח הדרוש על מנת להזיז את המסגרת במהירות קבועה.

4) טבעת מסתובבת

טבעת מוליכה ברדיוס a מונחת במישור xy ומתחילה להסתובב במהירות זוויתית קבועה ω סביב ציר ה-x.

במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B_0 בכיוון ציר y.



א. מצא את הכא״מ בטבעת כפונקציה של הזמן.

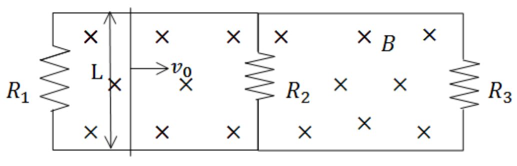
ב. מצא את הכא״מ בטבעת אם גם השדה המגנטי משתנה בזמן לפי $B(t) = B_0\cos(\omega t)$.

5) מוט זז בתוך מעגל

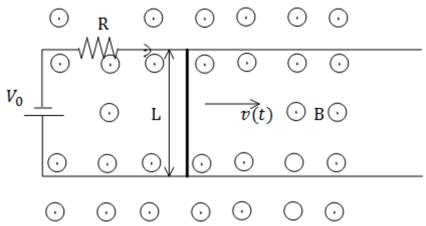
מוט מוליך באורך L נע על צלעותיו של המעגל הבא.

בתוך המעגל קיים שדה מגנטי אחיד וקבוע לתוך הדף B.

נתונים: L, v_0, R_1, R_2, R_3, B.



מצא את הזרם משני צידי המוט עבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד הראשון לשני ועבור המקרה בו המוט נמצא בין הנגד השני לשלישי.



6) מוט נע על מסגרת עם מקור מתח

מוט מוליך באורך L ומסה M נע על גבי מסילה מוליכה במהירות שאינה קבועה בזמן. למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R ומקור מתח V_0.

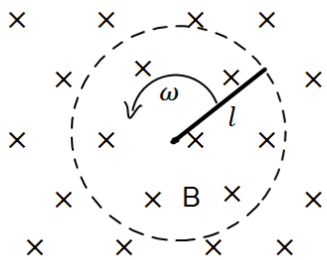
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הכא״מ במוט כתלות במהירות המוט, ומצא את הזרם במעגל גודל וכיוון.

ב. רשום משוואת תנועה עבור המוט, מהי מהירותו הסופית.

ג. מצא את מהירות המוט כתלות בזמן אם התחיל ממנוחה.

ד. מהו הספק החום בנגד?



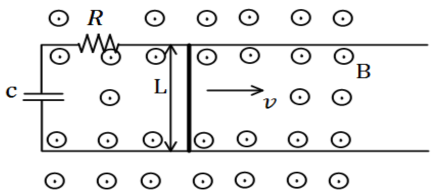
7) מוט מסתובב

מוט בעל אורך l מסתובב סביב אחד הקצוות שלו במהירות זוויתית קבועה ω.

המוט נמצא בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור בו הוא מסתובב.

א. מצא את המתח בין קצות המוט באמצעות אינטגרציה על חוק לורנץ.

ב. מצא את המתח במוט באמצעות חוק פארדיי.



8) פארדיי עם קבל ונגד ביחד

מוט מוליך באורך L נע על גבי מסילה מוליכה במהירות קבועה בזמן v.

למסילה מחוברים נגד בעל התנגדות R וקבל בעל קיבול C.

בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. מצא את הזרם במעגל גודל וכיוון (כתלות בזמן).

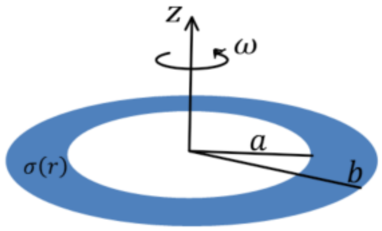
ב. מה הכוח בו צריך למשוך את המוט על מנת שיישאר במהירות קבועה?

ג. מצא מהו ההספק של הכוח הנ״ל (כתלות בזמן).

ד. מצא מהו ההספק בנגד ובקבל (כתלות בזמן).

ה. הראה כי ההספק של הכוח החיצוני שווה להספק של הקבל והנגד. הסבר מדוע ההספקים שווים.

9) טבעת בתוך טבעת רחבה



טבעת מבודדת בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b טעונה בצפיפות מטען משטחית חיובית ולא אחידה.

$$\sigma(r)=\begin{cases}0 & r<a\\ \sigma_0\dfrac{a}{r} & a\le r\le b\\ 0 & b<r\end{cases}.$$

הטבעת מונחת במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים וציר z עובר דרך מרכז הטבעת ומאונך לפני הטבעת.

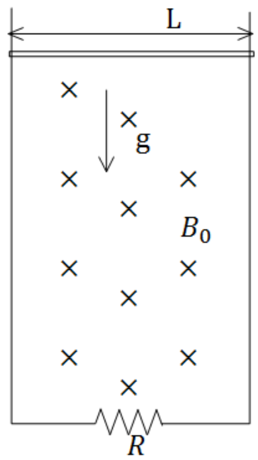
מסובבים את הטבעת סביב ציר z (המאונך למישור הטבעת) במהירות זוויתית שהולכת וגדלה עם הזמן לפי הנוסחה $\omega = \alpha t^3$.

א. מהו השדה המגנטי במרכז הטבעת?

ב. במרכז הטבעת מניחים טבעת קטנה ודקה במישור xy כך שמרכזה מתלכד עם ראשית הצירים ורדיוסה r_0 ($r_0 \ll a$).
חשבון את השטף בטבעת הקטנה, מאחר והטבעת הקטנה מאוד קטנה יחסית לטבעת הגדולה תוכלו להזניח את השינוי במרחב של השדה המגנטי העובר דרך הטבעת הקטנה.

ג. חשבון את הזרם שייווצר בטבעת הקטנה אם התנגדותה R.

10) מוט נופל מחובר למסילה



מוט מוליך מונח על מסילה אנכית ונופל בהשפעת כוח הכובד. במרחב קיים שדה מגנטי B_0 לתוך הדף.
רוחב המסילה הוא L ומסת המוט היא M.
התנגדות המסילה קבועה ושווה ל-R.

א. מצא את הכא"מ במעגל כתלות במהירות המוט v.

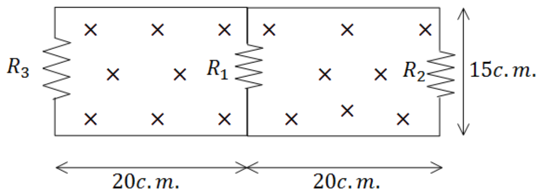
ב. מצא את כיוון השדה המושרה ואת כיוון הזרם שנוצר במעגל.

ג. מצא את הכוח המגנטי הפועל על המוט (עדיין כתלות במהירות).

ד. רשום משוואת כוחות על המוט.
מהי המהירות הסופית של המוט?

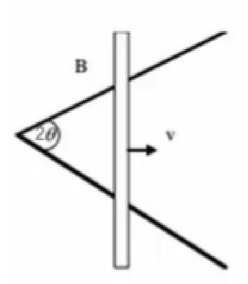
ה. מצא את המהירות והזרם כפונקציה של הזמן.

11) כא"מ בשני מעגלים



במעגל הבא התנגדות הנגדים היא:
$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega$.
במרחב קיים שדה מגנטי $B = 2\frac{T}{sec}\cdot t$
אחיד לתוך הדף.
ממדי המעגל נתונים בשרטוט.
מצא את הזרם בכל נגד.

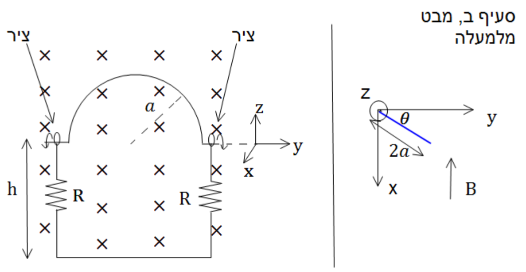
12) מוט נע על מסילות בזווית



שתי מסילות מוליכות יוצרות זווית 2θ ביניהן.
מוט מוליך מונח עליהן ויוצר משולש שווה שוקיים.
המוט נע לאורכם במהירות קבועה v, ומתחיל את תנועתו בקדקוד המשולש.
כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B היוצא מהדף.

א. מצא את הכא"מ המושרה כפונקציה של הזמן.
ב. אם התנגדותו של המוט ליחידת אורך היא R_1, והמסילות חסרות התנגדות, חשב את הזרם המושרה כפונקציה של הזמן.
ג. חשב את ההספק שמועבר למערכת ליצירת הזרם.

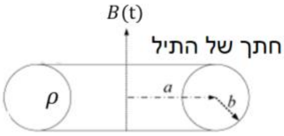
13) כבל מסתובב

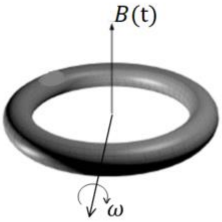


במערכת הבאה ישנו כבל מוליך אידיאלי בצורת חצי מעגל ברדיוס a.
בשתי הקצוות של חצי המעגל הכבל מחובר לצירים כך שניתן לסובבו סביבם (סביב ציר ה-y בציור).
הצירים מחוברים למסגרת מלבנית בגובה $h > a$, המסגרת קבועה במקום.
בכל צד של המסגרת קיים נגד R.
במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B לתוך הדף (במינוס x).
ב- $t = 0$ הכבל נמצא במצב המתואר בציור ומתחילים לסובבו סביב הצירים (ציר ה-y) במהירות זוויתית ω (להמחשה, ברגע הראשון כל הנקודות במעגל מתקדמות אלינו).

א. מהו הזרם בכבל?
ב. נניח כי העמוד השמאלי של המסגרת נמצא בראשית וניתן לסובב את כל המערכת סביב עמוד זה.
מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שהזרם יקטן פי 2.
ג. מצא את הזווית בה צריך לסובב את המסגרת כך שההספק יקטן פי 2.

14) גוש נחושת מעוצב לטבעת





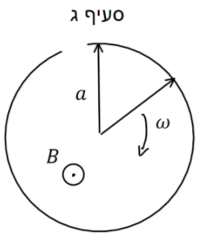
נתון גוש נחושת בעל מסה m צפיפות
מסה α והתנגדות סגולית ρ .
מעבדים את הנחושת לתיל שרדיוס
שטח החתך שלו הוא b.
יוצרים מהתיל טבעת שרדיוסה a
כך ש-a >> b.
מניחים את הטבעת מקובעת במרחב כך שקיים
שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן $\mathrm{B}(t)$ במאונך לטבעת.
קצב השינוי של השדה הוא $\beta = \frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dt}}$.

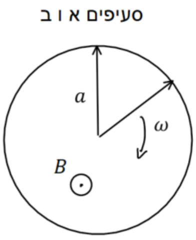
א. חשב את הזרם המושרה בטבעת.

ב. הראה כי אפשר לבטא את הזרם כתלות של β, ρ, α, m
וללא תלות במימדי התיל (כלומר אינו תלוי ב-a ו-b).

ג. כעת מתחילים לסובב את הטבעת במהירות זוויתית ω
סביב ציר העובר במרכזה ומאונך לשדה המגנטי.
חשב את הזרם הנוצר בטבעת כתלות בזמן.
האם כעת הוא תלוי במימדי התיל?

15) שעון פארדיי





לטבעת מוליכה שאורך מחוגה a והתנגדותה
ליחדת אורך היא r מחברים שני מחוגים
מוליכים שהתנגדות כל אחד מהם היא R.
המחוגים מחוברים אחד לשני במרכז
הטבעת ובקצה השני נוגעים בטבעת.
מחוג אחד קבוע במקומו והשני מסתובב
במהירות זוויתית קבועה ω.

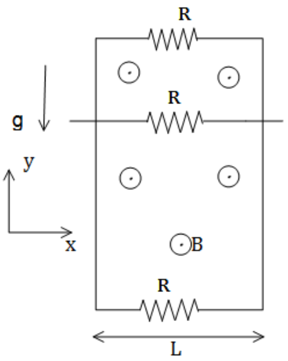
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B החוצה מהדף.

א. חשבו את ההתנגדות הכוללת של המעגל כתלות בזווית θ.

ב. חשבו את גודל וכיוון הזרם כתלות בזמן בכל מחוג עבור הסיבוב הראשון
(הניחו שהמוט הנע מתחיל תנועתו בצמוד למוט הנייח).

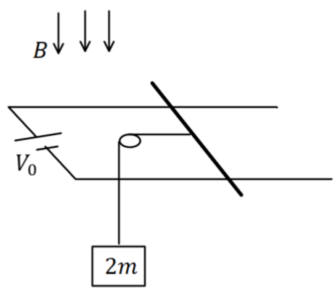
ג. חותכים חתיכה בסוף המעגל של הטבעת (ראה ציור).
חזור על סעיף ב.

16) נגד נופל במסגרת



מסגרת מלבנית מוליכה, ארוכה מאוד ובעלת רוחב L, נמצאת בשדה הכובד. אורכה נמצא על ציר ה-y ורוחבה על ציר ה-x. בצלע העליונה ובצלע התחתונה של המסגרת קיימים נגדים עם התנגדות זהה R.
מוט מוליך בעל התנגדות זהה R מחליק לאורך ציר ה-y על המסגרת.
מצא את המהירות הסופית של המוט אם במרחב קיים שדה מגנטי אחיד B בכיוון z ונתונה מסת המוט.

17) מוט על מסילה מחובר למשקולת



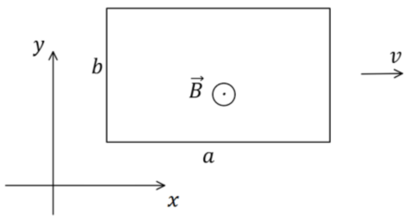
מוט מוליך בעל אורך L, מסה m והתנגדות R מונח על מסילה אופקית חלקה העשויה משני מוליכים ארוכים מאוד וחסרי התנגדות.
המוליכים מחוברים בקצה למקור מתח V_0.
בכל המרחב קיים שדה מגנטי אחיד B המאונך למישור המסילה וכלפי מטה.
משקולת שמסתה $2m$ מחוברת למוט באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית.

א. חשבו את V_0 אם נתון שהמוט במנוחה.

ב. חותכים את החוט.
רשמו משוואת תנועה עבור המוט ומצאו את המהירות המירבית של המוט, מה הזרם במהירות זו?

ג. מצאו את מהירות המוט כתלות בזמן והשוו לתשובה של סעיף ב.

18) מסגרת נעה בשדה מגנטי משתנה ליניארית



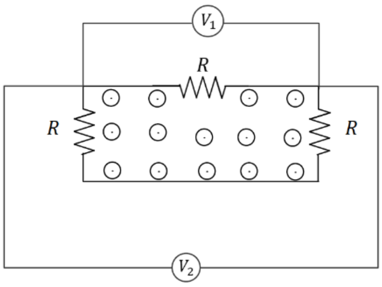
מסגרת מלבנית בגודל $a \times b$ מסה m והתנגדות R נמצאת על מישור xy. המסגרת נעה באיזור בו קיים שדה מגנטי $\vec{B}(x) = \alpha(x_0 - x)\hat{z}$.
ברגע $t = 0$ מהירות המסגרת היא $v_0\hat{x}$
כאשר v_0, x_0, α קבועים נתונים.

א. מצא את הכא"מ בלולאה כתלות במהירות הלולאה.
הראה כי הוא אינו תלוי במיקום ההתחלתי של המסגרת.

ב. מצא את מהירות הלולאה כתלות בזמן.

ג. מהו המרחק אותו עברה הלולאה עד לעצירתה?

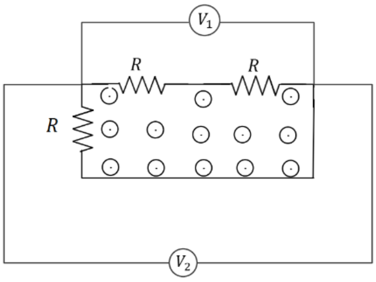
19) **מעגל עם פארדיי**



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

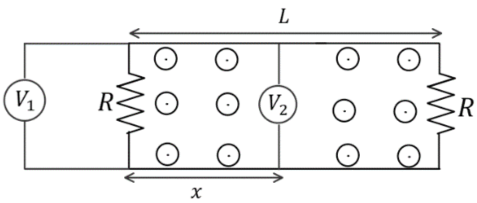
20) **מעגל עם פארדיי 2**



במעגל המכיל שלושה נגדים זהים קיים שדה מגנטי משתנה בזמן בחלק הפנימי של המעגל בלבד.

אם מד המתח V_1 מורה 1mV מה מורה מד המתח V_2?

21) **מעגל עם פארדיי 3**



במעגל הבא שני נגדים זהים. בין הנגדים (ורק ביניהם) קיים שדה מגנטי אחיד המשתנה בזמן. המרחק בין הנגדים הוא L. מחברים שני מדי מתח אידיאלים כפי שמתואר באיור כאשר x הוא המרחק של מד המתח V_2 מהנגד השמאלי.

נתון כי מד המתח V_1 מודד 1mV.

מה ימדוד מד המתח V_2 אם:

א. $x = \frac{1}{2}L$

ב. $x = \frac{1}{4}L$

תשובות סופיות:

1) א. $\varepsilon=-BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{0xt}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B_0^2L^2V_0}{R}$ ה. $\rho_R=\frac{BLV}{R}$

2) א. $|\varepsilon|=BLV_0$ ב. $I=\frac{BLV_0}{R}$ ג. $\vec{F}_{ext}=\frac{B^2L^2V_0}{R}\hat{x}$

ד. $\rho_{ext}=\frac{B^2L^2{V_0}^2}{R}$

3) א. $\varepsilon=-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0$ ב. $I=\frac{-\frac{\mu_0I_0a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x}\right)V_0}{R}$

ג. $|\vec{F}|=F_1-F_2$

4) א. $\varepsilon=-B_0\pi a^2(-\omega)\sin(\omega t)$ ב. $\varepsilon=\omega B_0\pi a^2\sin(2\omega t)$

5) בין הראשון לשני: $I_L=I_1\ ,\ I_R=I_2+I_3$

בין השני לשלישי: $I_L=I_1+I_2\ ,\ I_R=I_3$

6) א. $|\varepsilon|=BLV(t)$ ב. $a=\frac{BL}{MR}(-BLV(t)+V_0)\ ,\ V_{final}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$ ד. $P_R=\left(\frac{BLV(t)-V_0}{R}\right)^2R$

7) א. $\varepsilon=B\frac{l^2}{2}\omega$ ב. $\varepsilon=-B\cdot\omega\frac{l^2}{2}$

8) א. $I(t)=\frac{BLV}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $F_{ext}=\frac{B^2L^2V}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\hat{x}$ ג. $P_F=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\neq I^2R$

ד. $P_C=\frac{B^2L^2V^2}{R}\left(e^{-\frac{t}{RC}}-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\ ,\ P_R=\frac{B^2L^2V^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$ ה. הוכחה

9) א. $\vec{B}=\mu_0\sigma_0a\omega\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\hat{z}$ ב. $\varphi=\mu_0\sigma_0a\omega\frac{1}{2}\ln\frac{b}{a}\pi r_0^2$

ג. $I=\frac{3\mu_0\sigma_0a\pi r_0^2\alpha\ln\frac{b}{a}}{2R}$

10) א. $|\varepsilon|=B_0LV_y$ ב. כיוון השדה המושרה בכיוון השדה שקיים, לתוך הדף.

ג. $F=\frac{{B_0}^2L^2}{R}V\hat{y}$ ד. $V_{final}=\frac{mgR}{B_0^2\cdot L^2}$ ה. $V(t)=\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\frac{mg}{k}\ ,\ k=\frac{B_0^2L^2}{R}$

11) $I_{R1}=\frac{0.6}{110}A\ ,\ I_{R2}=\frac{3}{110}A\ ,\ I_{R3}=\frac{2.4}{110}A$

12) א. $\varepsilon=2V^2\tan\theta tB$ ב. $I=\frac{V\cdot B}{R_1}$ ג. $P_{out}=\frac{V^2B^2}{R_1}2\cdot V\cdot t\cdot\tan\theta$

13) א. $I=\frac{B\pi a^2\omega}{4R}\sin\omega t$ ב. $\theta=60^\circ$ ג. $\theta=45^\circ$

14) א. $I=\frac{\beta\pi b^2a}{2\rho}$ ב. $I=\frac{\beta m}{4\pi\rho\alpha}$ ג. $I=\frac{m(\beta\cos\theta-B\sin\theta\omega)}{4\rho\alpha\pi}$

15) א. $R_T=2R+\frac{ar\theta(2\pi-\theta)}{2\pi}$

ב. $I_T=\frac{B\omega a^2\pi}{4\pi R+ar\omega t(2\pi-\omega t)}$, במחוג שעומד בכיוון הרדיאלי ובמחוג שנע בכיוון $\hat{r}$.

ג. $I(t)=\frac{B\omega\frac{a^2}{2}}{2R+ra\omega t}$

16) $V=\frac{3Rmg}{2B^2L^2}$

17) א. $V_0=\frac{2mgR}{BL}$ ב. $\frac{BL}{R}(V_0-BLV)=ma\ ,\ V_{max}=\frac{V_0}{BL}$

ג. $V(t)=\frac{V_0}{BL}\left(1-e^{-\frac{B^2L^2}{MR}t}\right)$

18) א. $|\varepsilon|=\alpha baV$ ב. $V(t)=V_0e^{-kt}$ ג. $\Delta x=\frac{V_0}{k}$

19) $1mV$

20) $0.5mV$

21) א. 0 ב. $0.5mV$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 22 - משוואות מקסוואל

תוכן העניינים

המשוואות והמעברים:

שאלות:

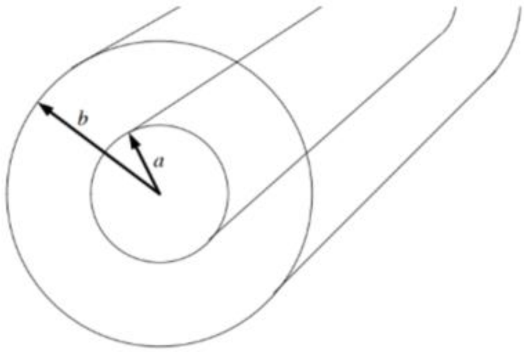
1) גלים בכבל קו אקסיאלי

כבל קו-אקסיאלי עשוי משתי קליפות גליליות מוליכות וארוכות מאוד בעלות רדיוסים b , a. ציר הסימטריה של הכבל הוא ציר z ובין הקליפות אין חומר.
השדה החשמלי בין הקליפות נתון לפי הפונקציה:

$$\vec{E}=\begin{cases}\frac{E_0}{r}\cos\left(\omega t-\omega\frac{z}{c}\right)\hat{r} & a<r<b\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$

ידוע שאין זרמי DC.

א. מצא את השדה המגנטי.
ב. מצא את צפיפות הזרם המשטחית על הקליפות.
ג. מצא את צפיפות המטען המשטחית על הקליפות.
ד. הראה כי משוואת הרציפות מתקיימת.



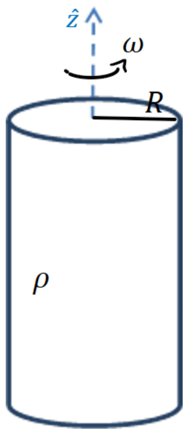
שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 23 - שדות משתנים בזמן וזרם העתקה

תוכן העניינים

הסברים ותרגילים:

שאלות:



1) גליל טעון מסתובב בתאוצה

גליל אינסופי מלא ברדיוס R טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת נפח ρ.

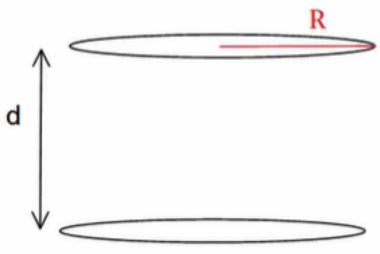
הגליל מסתובב סביב ציר הסימטריה שלו במהירות זוויתית המשתנה בזמן $\omega = \alpha t$ כאשר α קבועה ונתונה.

א. מה השדה המגנטי בכל המרחב?

ב. מה השדה החשמלי בכל המרחב?

ג. מה הכוח שפועל על מטען?

2) שדה חשמלי תלוי בזמן בתוך קבל לוחות ווקטור פוינטינג על השפה



קבל לוחות מורכב משני לוחות עגולים ברדיוס R המקבילים זה לזה ונמצאים במרחק d אחד מהשני $d<<R$.

הקבל מחובר למעגל חשמלי המספק לקבל זרם I קבוע (ונתון).

א. מצא את המטען על הקבל כפונקציה של הזמן אם נתון ש-$q(t=0)=0$

ב. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של הזמן.

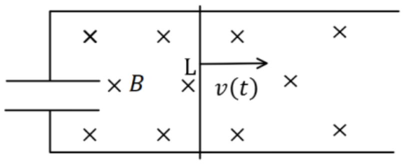
ג. מצא את השדה המגנטי כפונקציה של הזמן והמיקום, בתוך הקבל ומחוץ לו.

ד. מצא את האנרגיה האגורה בין הלוחות.

ה. מצא את הוקטור פוינטינג על שפת הקבל וחשב את השטף שלו על מעטפת הקבל.

3) פארדיי עם קבל

קבל לוחות מעגלי ברדיוס a ומרחק בין הלוחות (d<<a) מחובר למסילה מוליכה חסרת התנגדות.
על המסילה מונח מוט חסר התנגדות באורך L.
מושכים את המוט כך שהוא מתרחק מהקבל במהירות $v(t) = At$.

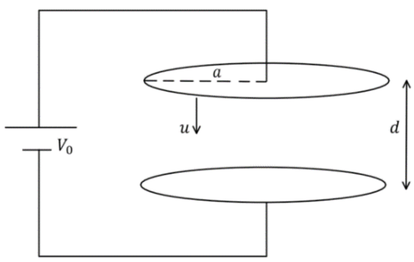


במרחב קיים שדה מגנטי B אחיד וקבוע לתוך הדף.

א. מהו המטען על הקבל? על איזה לוח המטען החיובי?
ב. מהו השדה החשמלי בתוך הקבל?
ג. מהו השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו, גודל וכיוון (התעלם מהשדה שנוצר ע"י התיילים והמוט)?
ד. מהו הכוח שיש להפעיל על המוט על מנת שינוע במהירות הנתונה אם מסת המוט היא M?

4) לוחות בקבל מתקרבים בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a ומרחק $a \gg d$ ביניהם.
הקבל מחובר למקור מתח קבוע V_0.
בזמן $t = 0$ מתחילים לקרב את הלוח העליון אל התחתון במהירות קבועה ונמוכה u.



א. מהו המתח בין לוחות הקבל כתלות בזמן?
ב. מהו השדה החשמלי בין לוחות הקבל כתלות בזמן?
ג. מהו השדה המגנטי בין לוחות הקבל ומחוץ להן כתלות בזמן?
ד. חזור על כל הסעיפים אם ניתקו את הקבל מהמקור רגע לפני תחילת ההזזה של הלוח.

תשובות סופיות:

1) א. $r<R$ $\vec{B}=\mu_0\rho\omega\frac{R^2-r^2}{2}\hat{z}$, $r>R$ $\vec{B}=0$

ב. $r<R$ $\vec{E}=-\mu_0\rho\alpha\frac{1}{2r}\left(R^2\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\hat{\theta}+E_r(r)\hat{r}$, $r>R$ $\vec{E}=\frac{-\mu_0\rho\alpha}{2r}\left(\frac{R^4}{4}\right)\hat{\theta}+(E_r)\hat{r}$

ג. $\vec{F}=q\vec{E}$

2) א. $q(t)=It$ ב. $\vec{E}=\frac{-q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\hat{z}$ ג. $\vec{B}=\frac{-\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\hat{\theta}$

ד. $U=\frac{I^2t^2d}{2\varepsilon_0\pi R^2}+\frac{\mu_0 I^2 d}{16\pi}$ ה. $\vec{S}=\frac{-1}{\mu_0}\cdot\frac{q(t)}{\varepsilon_0\pi R^2}\frac{\mu_0 IR}{2\pi R^2}\hat{r}$, $\phi_{\vec{S}}=\frac{-I^2td}{\varepsilon_0\pi R^2}$

3) א. $q_c=\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}BLAt$, עליון. ב. $\vec{E}=\frac{BLAt}{d}\hat{z}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 B_0 LAr}{2d}\hat{\theta}$,

$a<r$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 BLAa^2}{2dr}\hat{\theta}$ ד. $F=MA+\frac{\varepsilon_0\pi a^2}{d}B_0^2L^2A$

4) א. $V_c(t)=V_0$ ב. $\vec{E}=\frac{-V_0\hat{z}}{d-ut}$ ג. $r<a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ur\hat{\theta}}{2(d-ut)^2}$,

$r>a$ $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 V_0 ua^2\hat{\theta}}{2(d-ut)^2 r}$ ד. $\vec{B}=0$, $\vec{E}=\frac{-V_0 z}{d}$, $V_c(t)=\frac{d-ut}{d}\cdot V_0$

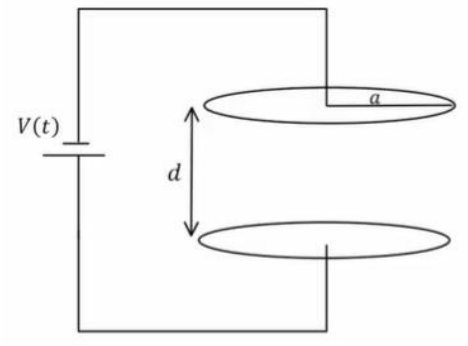
שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 24 - וקטור פויינטינג והאנרגיה האגורה בשדות

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

שאלות:



1) קבל לוחות עם מתח ליניארי בזמן

קבל לוחות מורכב משני לוחות מעגליים ברדיוס a הנמצאים במרחק $d << a$ זה מזה. הקבל מחובר למקור מתח התלוי ליניארית בזמן $V(t) = A \cdot t$, כאשר A קבוע נתון.

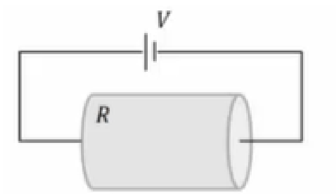
א. מצא את השדה החשמלי בקבל כתלות בזמן.

ב. מצא את השדה המגנטי בתוך הקבל ומחוץ לו.

ג. מצא את האנרגיה האגורה בתוך משטח סגור העוטף את הקבל.

ד. מצא את הוקטור פויינטינג על השפה של המשטח מסעיף ג'.

ה. חשב את השטף של הוקטור פויינטינג על המשטח והראה כי הוא שווה למינוס השינוי בזמן של האנרגיה מסעיף ג'.



2) משפט פויינטינג בנגד גלילי

נגד גלילי בעל אורך L, רדיוס בסיס a והתנגדות R מחובר למקור מתח V.

א. חשב את השדה החשמלי והמגנטי בנגד.

ב. חשב את הוקטור פויינטינג על השפה של הנגד.

ג. חשב את האנרגיה האלקטרומגנטית בנגד והראה כי משפט פויינטינג מתקיים.

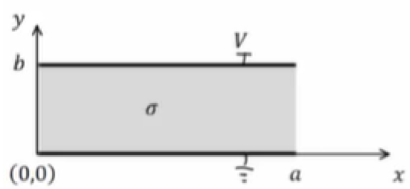
ד. הראה כי המשפט מתקיים גם בצורה הדיפרנציאלית שלו.

3) מישור אינסופי במתח קבוע

נתון מוליך בגודל $a \times b \times W$ כאשר $W >> a, b$.

נבחר את מערכת הצירים כך שהראשית בפינת המוליך.

הרוחב a מקביל לציר x, הגובה b מקביל לציר y והאורך W מקביל לציר z (ראה איור).



המוליכות של החומר היא σ והוא מוחזק בהפרש פוטנציאלים V.

א. מה השדה החשמלי והזרם במוליך?

ב. מהו $\vec{H}$ במרחב?

ג. מהו ההספק ליחידת נפח שמתבזבז? חשב בדרך ישירה ודרך משפט פויינטינג.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}=\frac{A\cdot t}{d}\hat{z}$ ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Ar}{2d}\hat{\theta} \quad r<a \;,\; \vec{B}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 Aa^2}{2rd}\hat{\theta} \quad r\geq a$

ג. $U=\frac{\varepsilon_0 A^2\pi a^2}{2d}\left(t^2+\frac{\mu_0\varepsilon_0 a^2}{2}\right)$ ד. $\vec{S}=\frac{-A^2\varepsilon_0 ta}{d}\pi a$ ה. הוכחה.

2) א. $\vec{E}=\frac{V}{L}\hat{z} \;,\; \vec{B}=\frac{\mu_0 Vr}{2\pi a^2 R}\hat{\theta}$ ב. $\vec{S}_{(r=a)}=\frac{V^2(-\hat{r})}{2\pi aLR}$ ג. $U_{em}=\frac{\varepsilon_0 V^2\pi a^2}{2L}+\frac{V^2L}{16\pi R^2}$

ד. הוכחה.

3) א. $\vec{E}=-\frac{V}{b}\hat{y} \;,\; \vec{J}=-\frac{\sigma V}{b}\hat{y}$ ב. $H_z=\frac{\sigma V}{b}\left(x-\frac{a}{2}\right)$ ג. $\vec{E}\cdot\vec{J}=\frac{\sigma V^2}{b^2}$

שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 25 - גלים אלקטרו-מגנטיים

תוכן העניינים

הרצאות ותרגילים:

נושא 1: מושגים בסיסיים בגלים

רקע:

גל - הפרעה שמתקדמת במרחב.

גלים רוחביים - ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות הגל.

גלים אורכיים - ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות הגל.

זמן מחזור - הזמן שלוקח להפרעה לעשות מחזור שלם (סימון - T).

תדירות - מספר המחזורים שנעשים בשנייה (סימון - $f=\frac{1}{T}$).

אורך הגל - המרחק בין מחזורים (או המרחק בין שיא לשיא)(סימון - λ).

מהירות הגל - קצב התקדמות ההפרעה במרחב (סימון - u).

גל מוחזר - כשגל פוגע בנקודה בה יש שינוי בתווך נוצר גל מוחזר.
הגל המוחזר יהיה בתדירות זהה ובכיוון הפוך לגל הפוגע.

התאבכות - סכמה של שני גלים.

גל עומד - ההפרעה לא מתקדמת במרחב.

פונקציית הגל - פונקציה המתארת את ההפרעה כתלות במיקום ובזמן

משוואת הגלים -

במימד אחד - $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

בשלושה מימדים - $\vec{\nabla}^2 f=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t}$

נושא 2: משוואת הגלים האלקטרומגנטיים

רקע:

משוואות מקסוול בהיעדר מטענים וזרמים חופשיים:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}=-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים:

$$\vec{B}=\mu\vec{H}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי:

$$\vec{\nabla}^2\vec{E}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

כאשר:

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

ובריק:

$$u=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=c=3\cdot10^8\,{}^{m}/_{s}$$

המשוואה היא עבור כל רכיב בנפרד.
המשוואה זהה לשדה המגנטי.

אינדקס השבירה (מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר):

$$n=\frac{c}{u}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

תמיד גדול מאחד (מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק):

פתרון למשוואת הגלים במימד אחד:

$$E_x(x,t)=A\cos(kx-\omega t)$$

$$\mathrm{k}=\frac{2\pi}{\lambda},\quad \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

מעבר לייצוג קופלקסי : $.\cos(kx-\omega t)=Re\left[e^{i(kx-\omega t)}\right]$

כשעובדים עם הייצוג הקומפלקסי ניתן לעבוד רק עם החלק התלוי במרחב (או השדה ב-$t=0$) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב- $e^{-i\omega t}$ בשביל לקבל את התלות בזמן.

יחס הדיספרסיה - הקשר בין התדירות למספר הגל :

$$\omega=uk$$

אם היחס לא לינארי אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה למהירות החבורה :

$$u_{ph}=\frac{\omega}{k}\,,u_g=\frac{d\omega}{dk}$$

נושא 3: גל אלקטרומגנטי מישורי

רקע:

הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

כאשר:

וקטור הגל -

$$\vec{k} = k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z$$

הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

יחס הדיספרסיה בגל: $\omega = u|k| = u\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$.

הכיוון של $\vec{k}$ הוא כיוון התקדמות הגל ובגל מישורי תמיד $\vec{E} \perp \hat{k}$.

לכיוון של $\vec{E}$ (המסומן בדר"כ ב-$\hat{n}$) קוראים כיוון הקיטוב של הגל.

השדה המגנטי בגל:
כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.
התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזו של השדה החשמלי.
(אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B} = \frac{1}{u}\hat{k} \times \vec{E} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega}$$

ה**עכבה** של התווך: $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

בריק: $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta_0 = 120\pi$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta}\hat{k} \times \vec{E},$$

$$\vec{E} = -\eta\hat{k} \times \vec{H}$$

וקטור פוינטינג (האנרגיה שהגל נושא) - כמות אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

בנוסחה מציבים את הביטוי הממשי של השדות.

הכיוון של $\vec{S}$ הוא בכיוון של $\hat{k}$ (כיוון התקדמות הגל).

הממוצע של הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא גם ה**עוצמה** של הגל):

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\tilde{\vec{E}} \times \tilde{\vec{H}}^*}{2} \right\}$$

$\tilde{\vec{E}}$ ו- $\tilde{\vec{H}}$ הם הייצוג הקומפלקסי של השדות.

המרה של הנגזרות בזמן ובמרחב:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -\mathrm{i}\omega$$

$$\vec{\nabla} \rightarrow \mathrm{i}\vec{k}$$

שאלות:

1) **דוגמה - חישוב כל הגדלים הבסיסיים**

השדה החשמלי של גל א"מ המתקדם בחומר לא מגנטי נתון בביטוי הבא: $\vec{E} = 4\pi\cos(10^9 t - 6x)\hat{y}\frac{mV}{m}$.

א. מהו התדר של הגל ומהו אורך הגל?

ב. מהו מקדם השבירה והקבוע הדיאלקטרי של החומר?

ג. מהו $\vec{H}$ ומהו וקטור פוינטינג הממוצע?

2) **דוגמה 2 - חישוב כל הגדלים 2**

השדה: $\vec{H} = H_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi x - 6\pi y - 10^8 \pi t)} \cdot \frac{3\hat{x}+\hat{y}}{\sqrt{10}}$ מתפשט בתווך לא מגנטי.

מצאו את:

א. וקטור הגל ואורך הגל.

ב. תדר הגל.

ג. מהירות הגל בתווך ומקדם השבירה.

ד. המקדם הדיאלקטרי והעכבה.

ה. השדה החשמלי.

תשובות סופיות:

1) א. $\lambda=\frac{\pi}{3}m$, $f=1.59\cdot10^{8}Hz$. ב. $\varepsilon_r=3.24$, $n=1.8$.

ג. $\vec{S}_{AVg}=12\pi\cdot10^{-8}\hat{x}$, $\vec{H}=6\cdot10^{-5}\cos\left(6x-10^{9}t\right)z\frac{A}{m}$.

2) א. $\lambda=\frac{1}{\sqrt{10}}m$, $\vec{K}=2\pi\left(1,-3,0\right)$. ב. $f=5\cdot10^{7}Hz$.

ג. $n=18.97$, $u=5\cdot\sqrt{10}\cdot10^{6}\frac{m}{\sec}$. ד. $\eta=2\pi\cdot\sqrt{10}$, $\varepsilon_r=360$.

ה. $\vec{E}\left(x,y,t\right)=-2\pi\cdot\sqrt{10}\cdot H_0e^{i\left(2\pi x-6\pi y-10^{8}\pi t\right)}\hat{z}$.

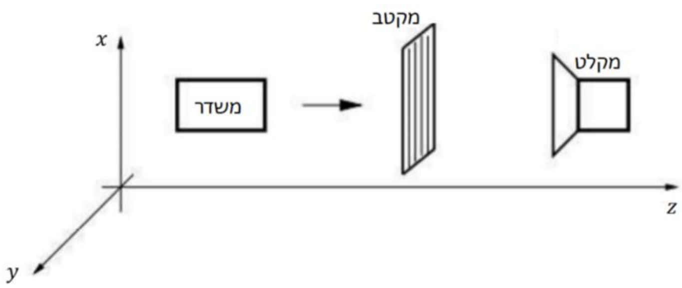
נושא 4 : קיטוב מעגלי ואליפטי

רקע:

הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה החשמלי (לא לבלבל עם כיוון הגל).
מקטב - מודד את הקיטוב של הגל.
קיטוב לינארי - כיוון השדה קבוע.
קיטוב מעגלי ימני - רכיב y מפגר אחרי רכיב x ב-$90°$.
כלומר הפאזה של רכיב y פחות הפאזה של רכיב x שווה $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z.
קיטוב מעגלי שמאלי - רכיב y מקדים את רכיב x ב-$90°$.
($\varphi = -\frac{\pi}{2}$ השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכלל יד ימין ביחס לציר ה-z).
קיטוב אליפטי - מתקבל כאשר יש הפרש פאזה של $90°$ והאמפליטודה של הרכיבים שונה או אם הפרש הפאזה שונה מ-$90°$.

שאלות:

1) **דוגמה חשובה - שינוי עוצמה ממקטבים**
נתונה המערכת הבאה:



במערכת, המשדר יכול לייצר גל הנע בכיוון z בכל קיטוב שנרצה.
והמשדר יכול למדוד גל בכל קיטוב שמגיע אליו.
המקטב מורכב מרשת מתכתית כפי שמתואר באיור.
כיוון המקטב מוגדר לפי כיוון הרכיב של השדה שעובר, כלומר במאונך לרשת.

א. עבור המצב של המקטב בתמונה נתון כי המקלט אינו קולט סיגנל.
רשמו את פונקציית הגל שמייצר המשדר.

ב. עבור אותו גל מוסיפים לפני המקטב הקיים מקטב זהה נוסף בזווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x.
מה היחס בין העוצמה שימדוד הגלאי לעוצמה שיוצאת מהמשדר?

2) דוגמה - קיטוב לינארי ומעגלי

מצאו את הקיטוב של השדה במקרים הבאים.
עבור קיטוב לינארי רשמו את כיוון הקיטוב וזווית הקיטוב.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 3E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos(kz + \omega t)\,\hat{x} + E_0 \cos\left(kz + \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ד. $\vec{H} = H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{x} + H_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

3) דוגמה - קיטובים אליפטים וערכים מקסימאלים

מצאו את הקיטוב של הגלים הבאים.
אם הקיטוב אליפטי, מצאו את הערך המקסימאלי של השדה החשמלי ואת זווית ההטיה של הציר הראשי של האליפסה.

א. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ב. $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{x} + 2E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\hat{y}$.

ג. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

ד. $\vec{E} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \frac{\pi}{4}\right)\hat{x} + \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t)\,\hat{y}$.

4) קיטוב אליפטי הוא סכום של קיטובים מעגליים

הוכיחו כי ניתן לייצג גל בעל קיטוב אליפטי בעזרת סכום של גל בעל קיטוב מעגלי ימני וגל בעל קיטוב מעגלי שמאלי.

5) קיטוב מעגלי כסכום של קיטובים אליפטיים

הוכיחו כי גל בעל קיטוב מעגלי הינו סופרפוזיציה של שני גלים בעלי קיטוב אליפטי בכיוונים הפוכים.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}(z,t)=E_0\hat{x}\cos(kz-\omega t)$ ב. $\frac{3}{16}$

2) א. קיטוב ליניארי, $\theta=72°$, $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3)$.

ב. קיטוב מעגלי שמאלי. ג. קיטוב מעגלי ימני.

ד. קיטוב ליניארי, $\theta=-45°$, $\hat{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$.

3) א. קיטוב ליניארי, $\theta=26.6°$, $\hat{n}=\frac{(1,2)}{\sqrt{5}}$.

ב. קיטוב אליפטי, $\theta=\frac{\pi}{2}$, $E_{max}=2E_0$.

ג. קיטוב אליפטי, $\theta=45°$, $E_{max}=1.7E_0$.

ד. קיטוב אליפטי, $\theta=21.7°$, $E_{max}=1.27E_0$.

4) הוכחה.

5) הוכחה.

נושא 5: פגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי

רקע:

כאשר גל הנע בתווך אחד פוגע בשפה של תווך אחר נקבל גל עובר וגל מוחזר
תדירות כל הגלים זהה ושווה לתדירות המקוראת אמפליטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבל מתנאי השפה.

$$B_{2\perp} = B_{1\perp} \qquad D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free}$$

$$H_{2||} - H_{1||} = k_{\text{free}} \qquad E_{2||} = E_{1||}$$

σ_{free} - היא צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה

k_{free} - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה

בפגיעה ישרה (או פגיעה בניצב) לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי: $\sigma_{free} = \mathrm{k}_{free} = 0$

הקשר בין האמפליטודות:

$$\frac{E_{\text{t}0}}{E_{\text{i}0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$\frac{E_{\text{r}0}}{E_{\text{i}0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

<u>השוויון השני נכון רק אם</u>: $\mu_1 = \mu_2$ (זה המצב ברוב המקרים).

לא לבלבל בין n ל-η.

מקדם העברה:

$$\tau = \frac{E_t}{E_0}$$

מקדם החזרה:

$$\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$$

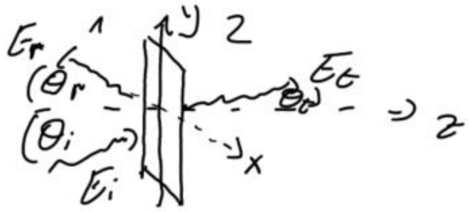
בפגיעה ישרה בתווך דיאלקטרי:

$$1 + \Gamma = \tau$$

נושא 6: פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי

רקע:

מישור השפה בין החומרים (מישור xy באיור).
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור yz באיור).



משיקולי סימטריה k_y זהה לכל הגלים.

$$\theta_i = \theta_r$$

חוק סנל: $\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$

אם: $n_i > n_t$ אז קיימת **זווית קריטית**.
אם זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית אז לא יהיה גל עובר או תהיה החזרה מלאה:

$$\theta_c = \text{shiftsin}\left(\frac{n_t}{n_i}\right)$$

משוואות פרנל:
עבור פגיעה בזווית עם קיטוב אנכי (השדה החשמלי מאונך **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{\perp} = \frac{E_{r_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{n_1\cos\theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{\perp} = \frac{E_{t_0}^{\perp}}{E_{i_0}^{\perp}} = \frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} = \frac{2n_1\cos\theta_i}{n_1\cos\theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2}\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$1 + \Gamma^{\perp} = \tau^{\perp}$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל **למישור הפגיעה**):

$$\Gamma^{||}=\frac{E_{r_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}}=\frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}=\frac{\frac{\mu_1}{\mu_2}n_2^2\cos\theta_i-n_1\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2}n_2^2\cos\theta_i+n_1\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$\tau^{||}=\frac{E_{t_0}^{||}}{E_{i_0}^{||}}=\frac{2\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}=\frac{2n_1n_2\cos\theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2}n_2^2\cos\theta_i+n_1\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2\theta_i}}$$

$$1+\Gamma^{||}=\tau^{||}\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}$$

זווית ברוסטר היא הזווית שבה יש העברה מלאה (ואין החזרה).

זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי:

$$\sin^2\theta_B{}^{||}=\frac{1-\frac{\mu_t\varepsilon_i}{\mu_i\varepsilon_t}}{1-\left(\varepsilon_t/\varepsilon_i\right)^2}$$

אם: $\mu_1\approx\mu_2$ אז:

$$\sin\theta_B{}^{||}=\frac{1}{1+\varepsilon_i/\varepsilon_t}$$

$$\tan\theta_B{}^{||}=\frac{n_t}{n_i}$$

בקיטוב אנכי:

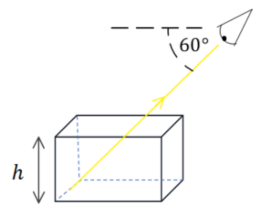
$$\sin^2\theta_B{}^{\perp}=\frac{1-\frac{\mu_i\varepsilon_t}{\mu_t\varepsilon_i}}{1-\left(\mu_i/\mu_t\right)^2}$$

* מאוד נדיר למצוא חומרים שקיימת עבורם זווית ברוסטר בקיטוב אנכי.

שאלות:

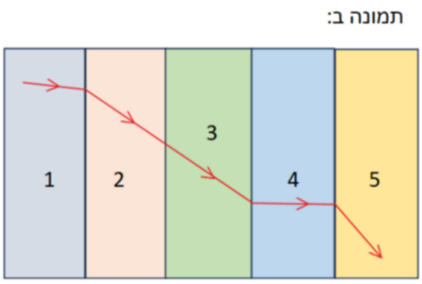
1) תרגיל - צופה מסתכל על תיבה

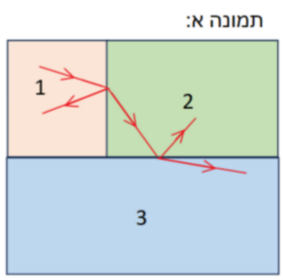
לתיבת זכוכית ריקה גובה של: $h = 6cm$. צופה מסתכל על התיבה, כאשר הוא מוריד את ראשו בזווית של 60 מעלות מתחת לאופק הוא רואה בדיוק את קצה הבסיס הרחוק של התיבה. ממלאים את התיבה בשמן $n = 1.54$.
איזה נקודה בבסיס התיבה יראה הצופה?
(מצאו את מרחק הנקודה מהקצה הרחוק של בסיס התיבה).



2) תרגיל - שבירה דרך מספר חומרים

בתמונות הבאות מתוארים חומרים בעלי מקדמי שבירה שונים.
גל עובר דרך השכבות כמתואר באיורים. הניחו שהתמונות מדויקות.
דרגו את מקדמי השבירה של החומרים השונים, בכל תמונה, מהקטן לגדול (אין קשר בין התמונות).





3) דוגמה - גל פוגע בזווית במים

גל אלקטרומגנטי מישורי נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית בפני הים.
הקבוע הדיאלקטרי של מי ים הוא בערך 80. (הניחו שהמים מתנהגים כמבודד).

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור גל בקיטוב מקבילי.

גל המקוטב אנכית פוגע בפני הים בזווית שחישבתם בסעיף א.

ב. מהי זווית ההעברה של הגל?

ג. מה הם מקדמי ההעברה וההחזרה?

4) תרגיל - שבירה במעברים עם זווית קריטית וברוסטר

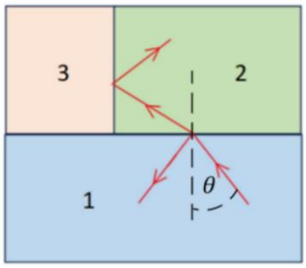
אור נכנס מחומר 1 ועובר שבירה במעבר לחומר 2 כך שחלקו מוחזר וחלקו מועבר, ראו איור. הקרן שהועברה ממשיכה עד לפגיעה בחומר 3 שם היא פוגעת בו בזווית הקריטית ומבצעת החזרה מלאה.

נתון: $n_1 = 1.5, \ \ n_2 = 1.3, \ \ n_3 = 1.1$.

א. מהי הזווית θ שבאיור?

ב. האם צריך להגדיל או להקטין את הזווית θ כך שהאור לא יבצע החזרה מלאה וייכנס לחומר 3?

ג. האם האור יעבור לחומר 3 בהינתן ש-θ היא זווית ברוסטר למעבר בין חומר 1 לחומר 2? (הניחו כי הפרמביליות זהה).



5) תרגיל - גלים בין שני מקטבים

גל בעל קיטוב בכיוון x ואמפליטודה של השדה החשמלי E_0 נע בכיוון z.
הגל עובר דרך שני מקטבים הראשון בעל קיטוב בזווית 20 מעלות עם ציר x והשני בזווית 60 מעלות עם ציר x. בכל הסעיפים ניתן להזניח החזרות מרובות.

א. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב הראשון?

ב. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל העובר את המקטב השני? רשמו ביטוי לגל זה.

ג. בהנחה שהמקטב השני הוא מקטב רשת המחזיר את הרכיב המקביל ללא איבוד אנרגיה לחום. מהי האמפליטודה והכיוון של הגל המוחזר מהמקטב השני?

6) תרגיל - מקטב מערימה של משטחי זכוכית

דרך פשוטה ויעילה לבנות מקטב היא להשתמש בערימה של משטחי זכוכית מיקרוספקופים עם מרווחים ביניהם. הרעיון הוא לנצל את ההבדל בין מקדמי ההעברה של הרכיב המקביל והמאונך. בזווית ברוסטר ישנה העברה מלאה של הרכיב המקביל בעוד שרק חלק מהרכיב המאונך עובר , כלומר זהו סוג של מקטב. נניח שיש לנו חתיכה אחת של זכוכית והפגיעה בה היא בזווית ברוסטר.

א. מצאו את זווית ברוסטר עבור הפגיעה בזכוכית (מאוויר) בעלת מקדם שבירה $n = 1.46$ (מקדם השבירה תלוי באורך הגל , הניחו שזה מקדם השבירה עבור אורך הגל שבבעיה וכי הפרמביליות אחידה).

ב. מצאו את זווית ההעברה , האם היא תלויה בקיטוב?

ג. הראו כי זווית הפגיעה ביציאה מהזכוכית היא זווית ברוסטר לאותו מעבר.

ד. מצאו את מקדמי ההעברה לכל רכיב ($\tau^{\perp}, \tau^{\parallel}$) עבור היציאה מהזכוכית.

מקדמי ההחזרה וההעברה של האנרגיה עבור שני הרכיבים מוגדרים באופן הבא : $|\tau|^2 \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} = T$.

מקדם ההעברה הכולל הוא מכפלה של מקדם ההעברה בכניסה של האור לזכויות במקדם ההעברה של היציאה של האור מהזכוכית.

ניתן להזניח החזרות מרובות.

ה. מהו מקדם ההעברה הכולל של האנרגיה עבור כל רכיב.

ו. נגדיר את יעילות המקטב לפי : $e = \frac{T^{\parallel}}{T^{\perp}}$ לכמה שכבות נזדקק על מנת להגיע ליעילות של $e = 10^4$

תשובות סופיות:

1) $1.4cm$.

2) תמונה א : $n_1 > n_2 > n_3$, תמונה ב : $n_5 < n_3 = n_2 < n_1 < n_4$.

3) א. $\theta_B{}'' = 84^\circ$. ב. $\theta_t = 6.4^\circ$.

ג. $\tau^{\perp} = 0.025 , \Gamma^{\perp} = -0.975$.

4) א. $\theta \approx 27.5^\circ$ ב. צריך להגדיל את טטה. ג. האור ייכנס.

5) א. $E_0 \cos(20^\circ)$ בכיוון : $\cos(20^\circ)\hat{x} + \sin(20^\circ)\hat{y}$.

ב. $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(20^\circ)\cos(40^\circ)\left(\cos(60^\circ)\hat{x} + \sin(60^\circ)\hat{y}\right)\cos(kz - \omega t)$.

ג. $E_0 \cos(20^\circ)\sin(40^\circ)$ בכיוון : $\cos(30^\circ)\hat{x} - \sin(30^\circ)\hat{y}$.

6) א. $\theta_B \approx 55.6^\circ$ ב. $\theta_t \approx 34.4^\circ$ לא תלויה בקיטוב.

ג. $\tau^{\perp} = 1.36$ $\tau^{''} = 0.685$ ד. $\tau^{\perp} = 0.754$ $\tau^{''} = 1$ ה. 33

נושא 7: פגיעה במוליך מושלם

רקע:

במוליך מושלם השדות בתוך המוליך מתאפסים תנאי השפה:

$$H_{1||} = -k_{\text{free}}$$

$$E_{1||} = 0$$

בפגיעה ישרה מתקבל **גל עומד**.
יש הפרש פאזה של 90 בין השדה החשמלי למגנטי
בפגיעה בזווית:

$$\theta_i = \theta_r$$

צריך לחלק לקיטוב מקביל או מאונך למישור הפגיעה אבל בשני המקרים מקבלים גל עומד בכיוון z (בכיוון מאונך לשפה) וגל מתקדם בכיוון y (בכיוון מקביל לשפה).

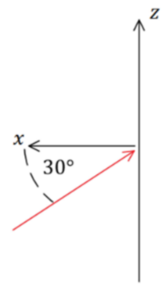
שאלות:

1) **תרגיל - גל פוגע במראה בזווית**

גל אלקטרו מגנטי מתקדם במישור xz עם זווית של 30 מעלות ביחס לציר ה-x כפי שמתואר באיור. לגל כיתוב בכיוון y. הגל פוגע במראה מישורית הנמצאת במישור zy ומוחזר ממנה.

א. כתבו את $\hat{k}$ עבור הגל הפוגע והמוחזר.

ב. מהו הכיוון של השדה החשמלי והמגנטי של הגל המוחזר?



תשובות סופיות:

1) א. $\hat{k}_r = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$, $\hat{k}_i = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$ ב. $\hat{E} = -\hat{y}$ ג. $\hat{B}_r = -\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{z} + \frac{1}{2}\hat{x}$

נושא 8: גלים במוליך לא אידיאלי

רקע:

התפלגות המטען הנפחית דועכת וכל המטען נע לכיוון השפה.
הזמן האופייני של דעיכת הצפיפות הנפחית הוא

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

σ - היא המוליכות.

במוליך מושלם: $\sigma \to \infty$ ו- $\tau \to 0$
במוליך לא מושלם מסתכלים על היחס בין זמן הדעיכה לזמן המחזור.
טיב המוליכות תלוי בתדר (עבור תדרים מסוימים החומר יהיה מוליך טוב ועבור תדרים אחרים מוליך לא טוב).

מוליך טוב $\tau \ll \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \gg 1$
מוליך גרוע $\tau \gg \frac{1}{\omega}$ או $\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll 1$

משוואות מקסוול במוליכים:

$$1)\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$

$$2)\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$3)\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$4)\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\boldsymbol{J}} + \frac{\partial \vec{\mathrm{D}}}{\partial t}$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon + \mathrm{i}\frac{\sigma}{\omega}$$

המשוואה והפתרון נשארים כמו במקרה של תווך דיאלקטרי רק ש: $\varepsilon \to \varepsilon_{eff}$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_{\mathrm{eff}}} \to k = k_R + \mathrm{i}k_I$$

עבור גל המתקדם בכיוון $\hat{z}$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-k_I z} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_R z - \omega t)}$$

מהירות הפאזה:

$$u = \frac{\omega}{k_R}$$

עומק החדירה:

$$d = \frac{1}{k_I}$$

העכבה הופכת למורכבת:

$$\eta_{eff} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_{eff}}} = |\eta| e^{i\varphi}$$

φ - הפרש פאזה בין השדה המגנטי לחשמלי.

שאלות:

1) דוגמה - גלי סונר ורדיו מתפשטים בים

גל אלקטרומגנטי בעל קיטוב ליניארי מתפשט בתוך מי ים.

המוליכות הסגולית של מי ים היא: $\sigma \approx 4\frac{1}{\Omega \cdot m}$ והמקדם הדיאלקטרי היחסי הוא: $\varepsilon_r \approx 80$. הניחו כי הגל מתפשט בכיוון z וכי האמפליטודה של השדה החשמלי היא: E_0.

מצאו את הגדלים הבאים עבור גלי רדיו: $f = 10^7 Hz$, ועבור גלי סונר: $f = 10^3 Hz$.

א. עומק החדירה, אורך הגל, ומהירות הגל.

ב. השדה החשמלי ו-$\vec{H}$.

ג. הוקטור פוינטינג.

ד. כמות יחסית של אנרגיה הנקלטת בצוללת בעומק של 15 מטר מתחת לפני הים.

2) ציפוי כסף למיקרוגל

מיקרוגל פועל בתדרים של $10^{10} Hz$. על מנת שקרינה לא תצא מהמיקרו יש לעטוף אותו בשכבת מתכת (כלוב פארדיי).

העריכו מה צריכה להיות עובי השכבה כך שלא תהיה יציאה של קרינה מהמיקרו אם המתכת היא כסף.

למה לדעתכם לא משתמשים בכסף ליצירה של שכבת הגנה במיקרו?

ההתנגדות הסגולית של כסף היא: $\rho = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, ו- $\mu_r \approx \varepsilon_r \approx 1$.

תשובות סופיות:

1) א. רדיו: $d=0.08m\ ,\ \lambda=0.5m\ ,\ u=5\cdot10^6\frac{m}{\sec}$.

סונר: $d=8m\ ,\ \lambda=50m\ ,\ u=5\cdot10^4\frac{m}{\sec}$.

ב. רדיו: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{0.08}}e^{i\left(4\pi z-2\pi\cdot10^7t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

סונר: $\vec{E}=E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^{-2}z-2\pi\cdot10^3t\right)}\hat{x}\ ,\ \vec{H}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0e^{-\frac{7}{8}}e^{i\left(4\pi\cdot10^2z-2\pi\cdot10^3t+\frac{\pi}{4}\right)}\hat{y}$.

ג. רדיו: $\vec{S}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{0.04}}\hat{z}$. סונר: $\vec{S}=\frac{100}{\sqrt{2\pi}}E_0^2e^{-\frac{z}{4}}\hat{z}$.

ד. רדיו: 0%.
סונר: 2.35%.

2) $\sim3\mu m$ עובי השכבה. כסף היא מתכת יקרה.

נושא 9 : פגיעה בזווית במוליך לא מושלם

רקע:

מאותם שיקולי סימטריה לציר y שהיו במעבר בין חומרים דיאלקטרים k_y זהה לכל הגלים.
מכאן שזווית הפגיעה שווה לזווית ההחזרה וחוק סנל ממשיך להתקיים
מכיוון ש- k_y מגיע מהחומר הדיאלקטרי הוא חייב להיות ממשי ולא תלוי במוליכות
הדעיכה נובעת ותלויה רק ברכיב המדומה של k_z.

<u>במקרה של מוליך טוב</u>

הגל העובר יהיה רק במאונך לשפה ($\theta_t = 0$)

הרכיבים של השדות המאונכים לשפה לא חודרים למוליך.

מקבלים את משוואות פרנל עם עכבה אפקטיבית

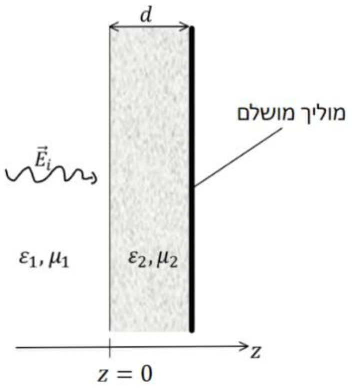
נושא 10: מעבר של יותר מתווך אחד

רקע:

נציב את תנאי השפה עבור כל ממעבר.

שאלות:

1) **שכבת חומר דיאלקטרי ליד מוליך מושלם**



גל הנע בתווך דיאלקטרי בעל ε_1, μ_1 פוגע בניצב לשכבה בעובי d עם ε_2, μ_2 ומוחזר ממוליך מושלם הנמצא בקצה השכבה, ראו איור. השדה החשמלי של הגל נתון לפי: $\vec{E}_i(z,t) = E_{i0}\,\hat{x}\cos\omega\left(\frac{z}{u} - t\right)$.

מצאו את:

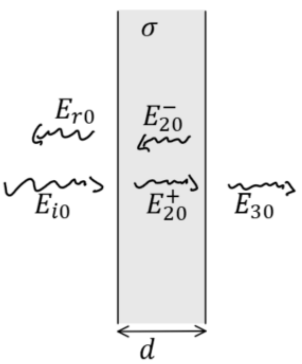
א. $\vec{E}_r(z,t)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)$.

ג. $\langle s_1 \rangle$.

ד. העובי d עבורו לא ניתן יהיה לזהות את השכבה.

2) **גל עובר דרך פיסת נחושת**



גל אלקטרומגנטי מישורי בתדירות $10\ MHz$ עם אמפליטודה E_{i0} פוגע בניצב לפיסת נחושת $(\sigma = 5.80 \cdot 10^7\ \frac{S}{m})$ דקה מישורית בעובי d השווה לעומק החדירה.

הזניחו החזרות מסדר שני ומעלה וחשבו את:

א. האמפליטודות של כל שאר הגלים: $E_{r0}, E_{20}^+, E_{20}^-, E_{30}$ כתלות ב-E_{i0}.

ב. $\frac{\langle s_3 \rangle}{\langle s_{1i} \rangle}$.

3) **חישוב כל הגדלים**

השדה החשמלי של גל מישורי הנע בתווך הומוגני נתון לפי הביטוי: $\vec{E} = \cos(z + 2\pi \cdot 10^7 t)\hat{y}$ ביחידות של וולט למטר.

א. מהו תדר הגל (בהרץ)?

ב. מהו כיוון התקדמות הגל?

ג. מהו אורך הגל?

בהנחה כי: $\mu = \mu_0$ מצאו את המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר.

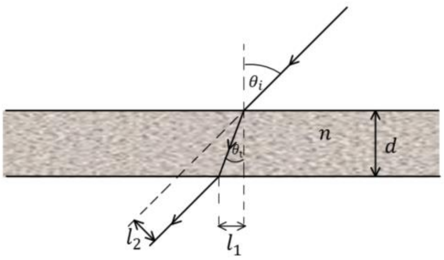
רשמו ביטוי ל-$\vec{H}$.

ד. רשמו ביטוי לווקטור פוינטינג הממוצע בזמן.

4) ציירו קיטוב אליפטי

ציירו את אליפסת הפולריזציה (האליפסה אותה "מצייר" קצהו של ווקטור השדה החשמלי במישור המאונך לכיוון התקדמות הגל כאשר הצופה מודד אותו לאורך זמן בנקודה קבועה) עבור הגל: $\vec{E} = (5i\hat{x} - \hat{y})e^{-i(\pi z + \omega t)}$.

5) חישוב הזזה לטרלית (חוק סנל)



קרן אור נעה באוויר ופוגעת בזווית θ_i בחומר שקוף בעובי d בעל אינדיקס שבירה n.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את המרחק של נקודת היציאה l_1.

ג. מצאו את ההזזה הלטרלית (המרחק l_2 באיור).

6) תרגיל - אלכוהול מזויף

רועי קנה בקבוק יוקרתי של משקה ג'ין ורוצה לוודא שהאלכוהול אינו מזויף. אלכוהול מזויף מכיל כמות גבוה של אתנול במקום מתנול. לרועי יש שני מצביעי לייזר באורכי גל של $532nm$ ו- $638nm$. הוא מכוון את הלייזר בזווית 30 מעלות כלפי מעלה ולמרכז הבקבוק ומודד את הגובה h ממנו יוצאת קרן האור, ראו איור. קוטר הבקבוק הוא 12cm. את מקדמי השבירה של מתנול ואתנול ניתן למצא באינטרנט והקירוב שלהם עבור תחום אורכי גל: $\lambda \in [0.4\mu m, 0.8\mu m]$ הוא:

מתנול: $n(\lambda) \approx -0.8\lambda^3 + 1.8\lambda^2 - 1.4\lambda + 1.7$

אתנול: $n(\lambda) \approx -0.1\lambda^3 + 0.3\lambda^2 - 0.3\lambda + 1.4$

בנוסחה יש להציב את אורך הגל הנמדד באוויר ב - μm.

לצורך הפשטות נניח כי הבקבוק מכיל 100% אתנול או מתנול.

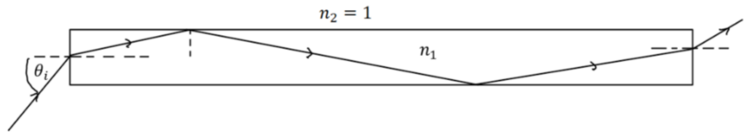
א. ציירו באמצעות מחשב גרף של $n(\lambda)$ עבור מתנול ואתנול על אותו גרף.

ב. ציירו באמצעות מחשב את זווית ההעברה כתלות ב- λ.
על איזה מהלייזרים תמליצו לרועי להשתמש?

ג. מצאו את הערך של h עבור כל אחד מסוגי החומרים.

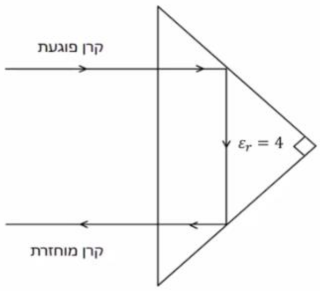
7) גל א"מ לא יוצא מסיב אופטי

סיב אופטי ישר עשוי מחומר דיאלקטרי שקוף בעל אינדקס שבירה n_1.
גל אלקטרו מגנטי נכנס בצידו האחד של הסיב בזווית θ_i ופוגע בדפנות של הסיב במהלך ההתקדמות.
מהו n_1 המינימלי כך שהגל לא יצא מהסיב עד אשר יגיע לקצה השני ללא תלות בזווית הפגיעה θ_i.



8) אור מוחזר מפריזמה משולשת

אור נכנס ומוחזר מפריזמה משולשת העשויה זכוכית.
מסלול קרן האור מתואר באיור.
מהו אחוז עוצמת האור של הקרן המוחזרת.
הניחו $\varepsilon_r = 4$ עבור זכוכית.
הפריזה היא משולש שווה שוקיים וישר זווית.



9) פגיעה ישרה במוליך מושלם

גל הנע באוויר (ריק) בכיוון ציר z פוגע פגיעה ישירה במוליך מושלם (שפת המוליך היא מישור xy). אמפליטודת השדה החשמלי של הגל היא: $6\, m\frac{V}{m}$ והתדירות היא: $100\, MHz$.

א. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל הפוגע והגל המוחזר.
ב. רשמו ביטוי לשדה החשמלי הכולל.
ציינו במפורש מה גודל השדה הנמדד כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מצאו את המיקום הכי קרוב למוליך שבו השדה החשמלי מתאפס.

10) גל מקוטב מעגלית פוגע במוליך מושלם

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון לפי: $\vec{E}(z) = E_{i0}(\hat{x} - i\hat{y})e^{ikz}$.
הגל פוגע פגיעה ישרה במוליך מושלם כך ששפת המוליך היא במישור $z = 0$.

א. מהו סוג הקיטוב של הגל? במקרה של קיטוב מעגלי או אליפטי ציינו גם אם הקיטוב ימני או שמאלי.
ב. מצאו את הקיטוב של הגל המוחזר.
ג. מהו הזרם המושרה במוליך?
ד. רשמו ביטוי מפורש לשדה החשמלי הנמדד כתלות במרחב ובזמן.

(11 גל פוגע בזווית במוליך מושלם

גל מישורי בתדירות ω נע באוויר (ריק) ופוגע בזווית במוליך מושלם.
זווית הפגיעה היא θ_i וקיטוב הגל מאונך למישור הפגיעה.
אמפליטודת השדה החשמלי היא E_{i0} .

א. מצאו את הזרם על שפת המוליך כתלות בזמן ובמרחב.
ב. מצאו את הממוצע בזמן של הוקטור פוינטינג.

(12 גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב מקבילי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 10e^{i(6x+8z)}\hat{y}\,\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z=0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?
ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מהי זווית הפגיעה?
ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.
ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

(13 גל פוגע בזווית במוליך מושלם קיטוב אנכי

השדה החשמלי של גל מישורי הנע באוויר נתון
לפי: $\vec{E}_i(x,z) = 5(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z})e^{-i6(\sqrt{3}y-z)}\,\frac{V}{m}$.
הגל פוגע במוליך מושלם ששפתו היא במישור $z=0$.

א. מהם אורך הגל והתדירות?
ב. רשמו ביטוי עבור השדה החשמלי ו-H הנמדדים כתלות בזמן ובמרחב.
ג. מהי זווית הפגיעה?
ד. מצאו את השדה החשמלי ואת H של הגל המוחזר.
ה. רשמו את השדה החשמלי ואת H השקולים באוויר.

(14 גלי רדיו בנחושת

מצאו את אורך הגל ומהירות הפאזה של גל רדיו בתדר של 1MHz המתפשט בנחושת.
השוו לתוצאה המתקבלת באוויר (או ריק).
המוליכות של נחושת היא: $59.6\cdot10^6(\Omega\cdot m)^{-1}$ ו- $\mu_r\approx\varepsilon_r\approx1$.

15) כמה עמוק חודרת קרינת הפלאפון למח

המוליכות של עצם הגולגולת היא בערך : $0.15\,\frac{S}{m}$ $(S = siemens = \frac{1}{\Omega})$ והמקדם הדיאלקטרי הוא בערך 12. עבור רקמת המוח עצמה המוליכות היא בקירוב $1\frac{S}{m}$ והמקדם הדיאלקטרי הוא בקירוב 50 (קרוב למים).

העריכו את עומק החדירה של קרינת ה-4g המשודרת בתדרים בסביבות ה-$1GHz$.

מה יהיה השינוי בעומק החדירה עבור קרינת ה-5g המשודרת בתדרים של כ-$30GHz$ (בפועל התוצאה נמוכה פי 10 כי המקדם הדיאלקטרי והמוליכות גם משתנים עם שינוי התדר).

16) גל פוגע בזווית במי ים

גל בעל תדירות של $10\ kHz$ המקוטב במקביל למישור הפגיעה נע באוויר ופוגע בזווית בשפה של המים באוקיינוס.

זווית הפגיעה היא : $88°$, $\varepsilon_r = 80$, $\mu_r = 1$ ו- $\sigma = 4\frac{S}{m}$.

א. מצאו את זווית ההעברה.

ב. מצאו את מקדם ההעברה $\tau^{||}$.

ג. את היחס $\frac{\langle s_t \rangle}{\langle s_i \rangle}$ על השפה ($\langle s \rangle$ הוא הממוצע בזמן).

ד. ואת המרחק שבו עוצמת השדה יורדת ב-30dB (דציבל).

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{E}_r(z,t)=E_{i0}\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\hat{x}$ כאשר $\tan\theta=\frac{\eta_2}{\eta_1}\tan(K_2d)$.

ב. $\vec{E}_1(z,t)=E_{i0}\hat{x}\left[\cos(K_1z-\omega t)+\cos(K_1z+\omega t-2\theta)\right]$.   ג. $\langle S_1\rangle=0$.

ד. $d=\frac{\pi n}{\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}}$.

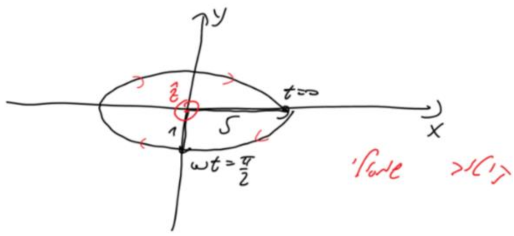
2) א. $\frac{E_{20}^{\ -}}{E_{i0}}\approx(-2.49+4.53i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{20}^{\ +}}{E_{i0}}\approx(1.90+0.140i)\cdot10^{-6}$, $\frac{E_{r0}}{E_{i0}}\approx-1+4.67\cdot10^{-6}i$

$\frac{E_{30}}{E_{i0}}\approx(-2.70+4.90i)\cdot10^{-6}$.   ב. $\frac{\langle S_3\rangle}{\langle S_1\rangle}=3.13\cdot10^{-11}$.

3) א. $f=10^7\,Hz$.   ב. בכיוון $-\hat{z}$.   ג. $\lambda=2\pi m$.   ד. $\varepsilon_r=22.8$.

ה. $\vec{H}(z,t)=\frac{1}{8\pi^2}\cos\left(z+2\pi\cdot10^7t\right)\hat{x}$.   ו. $\vec{S}_{AVg}=-\frac{\hat{z}}{16\pi^2}$.

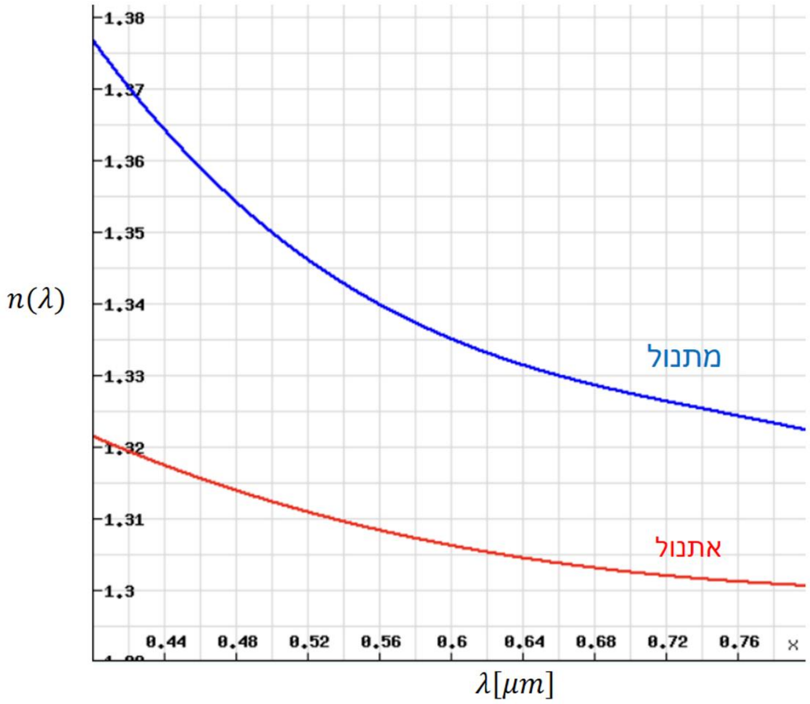
4) שרטוט:



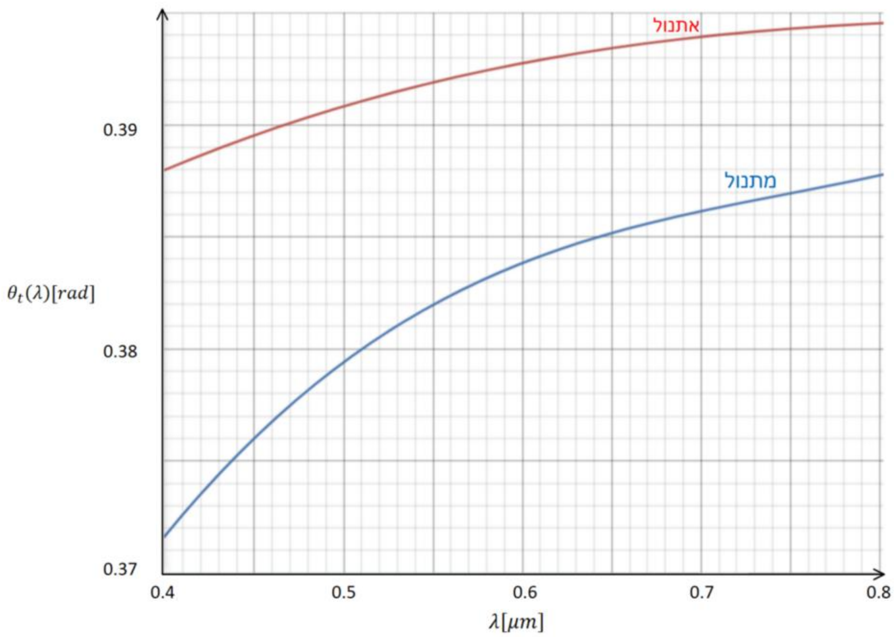
5) א. $\sin\theta_t=\frac{1}{n}\sin\theta_i$.   ב. $l_1=\frac{d\sin\theta_i}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}$.

ג. $l_2=d\sin\theta_i\left(1-\frac{1}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}\right)$.

6) א. שרטוט:



ב. בלייזר של ה-532 ננומטר.



ג. אתנול – 4.83cm , מתנול - 4.96cm.

7) $\sqrt{2}$.

8) 79%.

9) א. $\vec{E}_i = 6\cdot10^{-3} e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{x}$, $\vec{H}_i = \frac{6\cdot10^{-3}}{120\pi} e^{i\left(\frac{2\pi}{3}z-2\pi\cdot10^8 t\right)}\hat{y}$.

ב. $\vec{E}_T = 12\cdot10^{-3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}z\right)\sin\left(2\pi\cdot10^8 t\right)$.

ג. $-\frac{3}{2}m$.

10) א. קיטוב מעגלי שמאלי.

ב. מעגל ימני.

ג. $\vec{J}_S = \frac{2E_{i0}}{\eta_0}\left(\hat{x}-i\hat{y}\right)$.

ד. $\vec{E}_1(z,t) = 2E_{i0}\sin(kz)\left(\sin(\omega t)\right)\hat{x}+\cos(\omega t)\hat{y}$.

11) א. $\vec{J}_S(y,t) = \frac{E_{i0}}{60\pi}\cos\theta_i\cos\left(\frac{\omega}{c}\sin\theta_i y-\omega t\right)\hat{x}$.

ב. $\left\langle\vec{S}\right\rangle = \frac{-E_{i0}^{\ 2}}{30\pi}\sin\theta_i\sin^2\left(\frac{\omega}{c}\cos\theta_i z\right)\hat{y}$.

12) א. $\lambda = \frac{\pi}{5}m$, $f = \frac{3}{2\pi}\cdot10^9 Hz$.

ב. $\vec{E}_i(x,z,t) = 10\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$, $\vec{H}_i(x,z,t) = \frac{3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x+8z-3\cdot10^9 t\right)$.

ג. $\theta_i = 36.9°$.

ד. $\vec{E}_r(x,z,t) = -10\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$, $\vec{H}_r(x,z,t) = \frac{-3\hat{z}-4\hat{x}}{60\pi}\cos\left(6x-8z-3\cdot10^9 t\right)$.

ה. $\vec{E}_1(x,z,t) = -20\sin(8z)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{y}$,

$\vec{H}_1(x,z,t) = \frac{1}{30\pi}\left(-3\sin(8z)\sin\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{z}-4\cos(8z)\cos\left(6x-3\cdot10^9 t\right)\hat{x}\right)$.

13) א. $\lambda = \frac{\pi}{6}m$, $f = \frac{1.8}{\pi}\cdot10^9 Hz$.

ב. $\vec{E}_i = 5\left(\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y-6z+3.6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{H}_i = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos\left(6\sqrt{3}+6z+3\cdot6\cdot10^9 t\right)$.

ג. $\theta = 60°$.

ד. $\vec{E}_r = 5\left(-\hat{y}+\sqrt{3}\hat{z}\right)\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$, $\vec{H}_r = -\frac{\hat{x}}{12}\cos\left(6\sqrt{3}y+6z+3.6\cdot10^9 t\right)$.

ה. $\vec{E}_1 = 10\left(\sin(6z)\sin\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{y}\right)+\sqrt{3}\cos(6z)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$,

$\vec{H}_1 = -\frac{\hat{x}}{12\pi}\cos(6z)\cos\left(6\sqrt{3}y+3.6\cdot10^9 t\right)\hat{z}$.

14) $\lambda = 4.1\cdot10^{-4}m$, $u = 410\frac{m}{\sec}\approx10^{-5}c$.

15) $d = 4cm$ עבור ה-5g אין הבדל.

16) א. $\theta_t = 0.03°$. ב. $\tau'' = 7.37\cdot10^{-4}e^{-i\cdot0.778}$. ג. $\frac{\langle S_t \rangle}{\langle S_i \rangle} = 1.03\cdot10^{-3}$.

ד. $8.69m$.

שדות אלקטרומגנטיים 141035

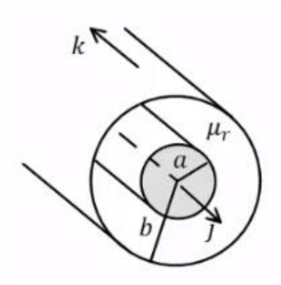
פרק 26 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

תרגילים:

שאלות:

1) כבל קו-אקס עם חומר מגנטי



כבל קואקסיאלי בעל אורך אינסופי עשוי מגליל מלא פנימי בעל רדיוס a הנושא זרם I בצפיפות זרם נפחית אחידה. החלק החיצוני של הכבל הוא מעטפת גלילית דקה מאוד ברדיוס b הנושאת זרם I בכיוון הפוך ובצפיפות זרם משטחית אחידה. התחום שבין הגלילים מלא בחומר מגנטי עם מקדם פרמאביליות: $\mu_r = 1$.

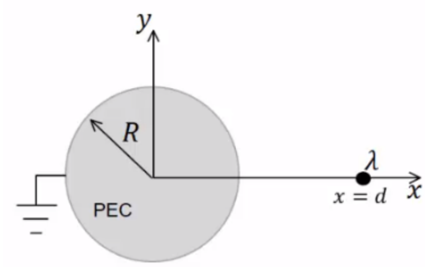
חשבו את:

א. $\vec{H}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של H כתלות ב- r והראו ש- H מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ב. $\vec{B}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של B כתלות ב- r והראו ש- B מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ג. $\vec{M}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של M כתלות ב- r והראו ש- $\vec{M}$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

2) תיל טעון מול גליל מוארק



נתון גליל אינסופי העשוי מוליך מושלם (PEC) בעל רדיוס R. נקבע את ראשית הצירים במרכז הגליל ואת ציר ה- z לאורך ציר הסימטריה של הגליל. מחוץ לגליל ובמרחק d על ציר ה- x החיובי ישנו תיל אינסופי עם צפיפות מטען λ (ראה איור).

הנח כי הגליל מוארק בנקודה: $(-R,0)=(x,y)$

וכן המקדמים הם: ε_0, μ_0 בכל המרחב.

א. מצא את מיקום צפיפות המטען המשוקפת $-\lambda$ הנחוצה לבעיה השקולה ואת תחום השקילות. קבע את הנקודה: $(x,y)=(0,R)$ על ציר ה- y כנקודת ייחוס לפוטנציאלים. יש להראות פיתוח מלא של התוצאה.

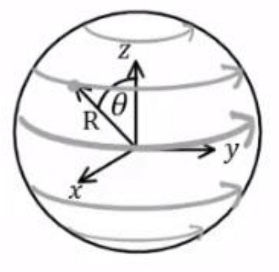
ב. מצא את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.

ג. מצא את צפיפות המטען המושרה ואת סך כל המטען המושרה ליחידת אורך בחתך הגליל.

ד. כעת נתון כי: $d >> R$, מצא את צפיפות המטען המושרה על הגליל בקירוב סדר ראשון.

ה. בתנאי של סעיף ד', נתון כי קו המטענים נע במהירות איטית כך שמיקומו הינו: $(x,y)=(d(t),0)$. מצא את כל סוגי צפיפות המקורות המושרים בקירוב הקוואזיסטטי ואת התנאי על פרמטרי הבעיה לנכונות הקירוב הקוואזיסטטי.

3) צפיפות זרם משטחית על כדור מגנטי



נתונה צפיפות זרם משטחית המפולגת על גבי פני כדור בעל רדיוס R שמרכזו בראשית הצירים: $\vec{k}(\varphi,\theta)=k_0\sin(2\theta)\hat{\varphi}$.

הנח שהמקדמים הם: ε_0,μ_0 בכל המרחב.

א. רשום ביטוי אינטגרלי לשדה המגנטי על ציר ה- z (אין צורך לפתור את האינטגרל אך יש לפשט ככל הניתן).

כעת נתון כי בנפח הכדור יש חומר מגנטי לינארי עם מקדם פרמהביליות יחסית μ_r ומקדם דיאלקטרי ε_0.

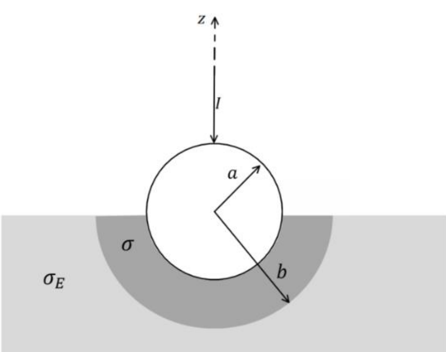
ב. הוכח כי קיים פוטנציאל סקלרי לשדה המגנטי ורשום את המשוואה הדיפרנציאלית של הפוטנציאל ואת כל תנאי השפה הנחוצים להגדרת הבעיה.

ג. חשב את הפוטנציאל המגנטי הסקלרי בכל המרחב.

כעת מוסיפים דיפול חשמלי בראשית הצירים בעל מומנט דיפול: $\vec{p}=p_0\hat{z}$.

ד. חשב את הוקטור פוינטינג עבור נקודה על ציר x בתוך הכדור. מה המשמעות הפיזיקלית של תשובתך?

4) הארקה דרך כדור שקוע בקרקע



הארקה מחוברת לקרקע באופן הבא. חוט מוביל זרם I לתוך כדור מוליך מושלם ברדיוס a. הכדור שקוע בקרקע עד קו המשווה שלו. סמוך לשפת הכדור נוצרת שכבה שעוביה $b-a$ בעלת מוליכות σ. המוליכות של האדמה היא σ_E.

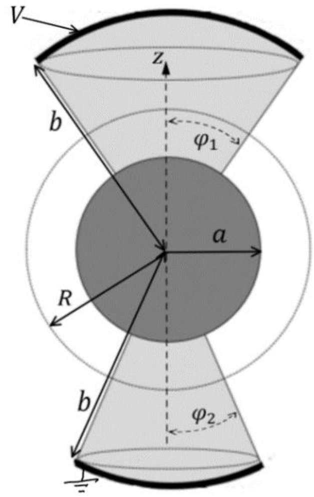
א. רשמו את תנאי השפה לפוטנציאל האלקטרוסטטי באדמה ובשכבה מסביב לכדור.

ב. חשבו את פונקציית הפוטנציאל באזורים הנ"ל.

ג. מצאו את ההתנגדות של האדמה כולל השכבה.

ד. מהי צפיפות הזרם המשטחית על שפת הכדור (מעל המשווה ומתחת)?

5) **כדור ושתי גזרות**



המבנה באיור עשוי מהחלקים הבאים:
גזרה כדורית עליונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \varphi \le \varphi_1$,
$a \le r \le b$ העשויה מחומר בעל מוליכות σ.
כדור מרכזי ברדיוס a עשוי מוליך מושלם
וגזרה כדורית תחתונה
בתחום: $0 \le \theta \le 2\pi$ $a \le r \le b$, $0 \le \varphi \le \varphi_2$,
בעלת מוליכות σ גם כן.
על פני הגזרה העליונה מונח משטח כדורי עשוי
מוליך מושלם ברדיוס $r = b$ המחובר לפוטנציאל V.
באותו האופן מונח משטח כדורי על פני הגזרה התחתונה
עשוי מוליך מושלם ומוארק.
המשטחים מתוארים בקו העבה באיור.

א. הניחו כי צפיפויות הזרם הנפחיות בגזרה העליונה והתחתונה הן: $\vec{J}_1$ ו-$\vec{J}_2$
ורשמו את חוק שימור המטען, בצורתו האינטגרלית, על מעטפת כדורית ברדיוס R (מסומנת במקווקו באיור).

ב. הראו כי בתוך המוליכים הסופיים הפוטנציאל מקיים את משוואת לאפלס ורשמו את תנאי השפה לפוטנציאל.

ג. מצאו את הפוטנציאל וחשבו את השדה החשמלי בתוך המבנה ואת צפיפות הזרם המתאימה.

ד. השתמשו בחוק אמפר האינטגרלי וחשבו את $\vec{H}$ בגזרה העליונה.
הניחו כי השדה בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ה. הראו כי משפט פויינטינג מתקיים בגזרה העליונה.

6) **שני לוחות ומקור זרם**

נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a \times b$ ומרחק d ביניהם.
בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$.
בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן
מתקיים: $V(t) = L\dfrac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור אין תיקונים לזרם מסדר גבוה.
כמו כן: $b >> a >> d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

א. חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.

ב. חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.

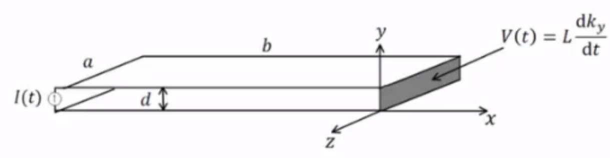
ג. מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?

ד. חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.

ה. השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לנכונות הקירוב הקוווזיסטטי (ניתן להניח: $\frac{L}{\mu_0 d} >> b$).

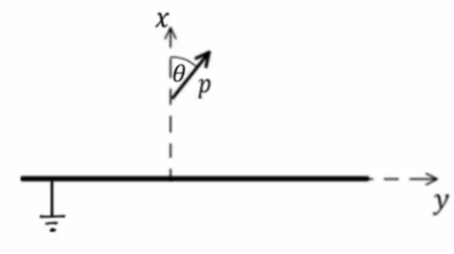
ו. חשב את הווקטור פוינטינג בהתקן עד סדר ראשון.

ז. הראה כי משפט פוינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



7) דיפולים בזווית מעל מישור מוארק

דיפול חשמלי p מונח במרחק a מעל מישור אינסופי העשוי מוליך מושלם ומוארק. המישור נמצא על מישור yz והדיפול נמצא בזווית θ ביחס לציר ה- x.



א. מהו דיפול השיקוף?

ב. מהו השדה שיוצר דיפול השיקוף במיקום של הדיפול הנתון?

ג. מהו מומנט הכוח שפועל על הדיפול הנתון?

ד. חשבו את העבודה שצריך להשקיע כוח חיצוני על מנת לסובב את הדיפול מזווית $\theta=0$ לזווית θ כלשהי. רמז: העבודה של מומנט כוח היא: $W=\int \tau d\theta$.

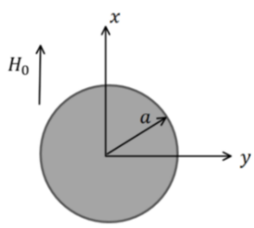
ה. מהם מצבי שיווי המשקל? מי מתוכם יציבים ומי לא יציבים?

ו. חזור על סעיפים א עד ה עבור דיפול מגנטי.

8) קיטוביות מגנטית של גליל מול מישורים מוארקים

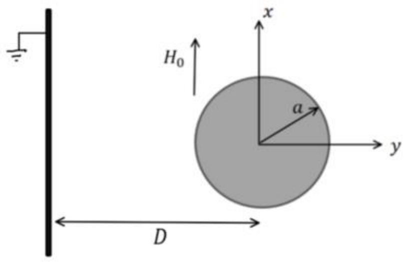
גליל אינסופי עשוי מוליך מושלם נמצא בשדה אחיד: $\vec{H}=H_0\hat{x}$. ציר הגליל הוא לאורך ציר z באיור.

א. מצאו את השדה המגנטי בכל המרחב וחשבו ממנו את הקיטוביות המגנטית α_m של הגליל.



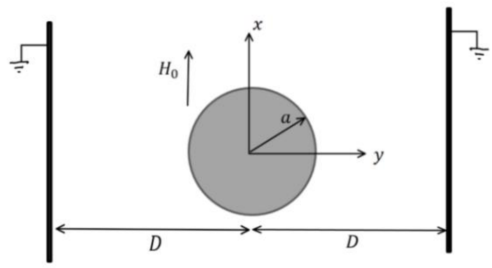
כעת מניחים ליד הגליל מישור אינסופי מוליך מושלם ומוארק כך שהמרחק בין המישור לגליל הוא D כאשר $D >> a$.

חשבו את הקיטוביות המגנטית המתוקנת של הגליל המוגדרת על ידי $\tilde{\alpha}_m = \frac{m}{H_0}$.



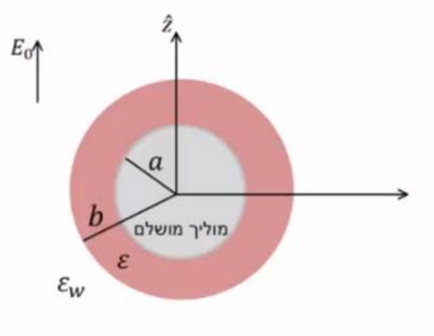
כעת מניחים מצידו השני של הגליל מישור נוסף זהה באותו המרחק.

ב. חשבו שוב את הקיטוביות המתוקנת במקרה זה.



9) שכבת הסוואה בתוך מים

המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם ניטרלי ברדיוס a. מקיפים את הכדור בשכבה בעובי $b-a$ העשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε. המקדם הדיאלקטרי של מים הוא ε_W. בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד $E_0\hat{z}$.



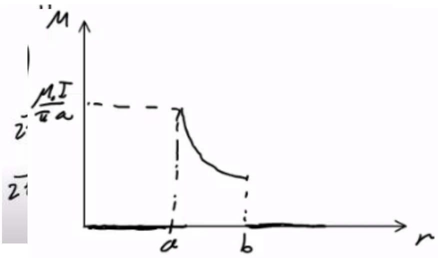
א. רשום את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.

ב. חשב את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.

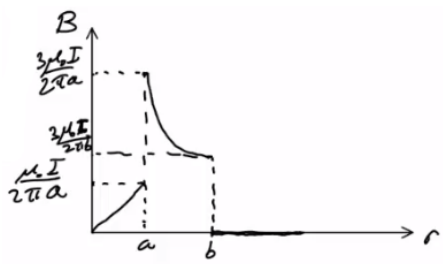
ג. מה צריך להיות רדיוס השכבה b כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי $E_0\hat{z}$.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{H}=\begin{cases}\frac{Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & r<a\\ \frac{I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ב. $\vec{B}=\begin{cases}\frac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & a<r\\ \frac{3\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ג. $\vec{M}=\begin{cases}0 & r<a\\ \frac{\mu_0 I}{\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:

2) א. $b_2=\frac{R^2}{d}$.
ב. $\varphi=\begin{cases}0 & r<R\\ k\lambda\ln\left(\frac{r^2+b^2-2rb\cos\theta}{r^2+d^2-2rd\cos\theta}\cdot\frac{R^2+d^2}{R^2+b^2}\right) & r>R\end{cases}$.

$$\vec{E}=-k\lambda\left(\frac{1(2r-2b\cos\theta)}{r^2+b^2-2rb\cos\theta}-\frac{1\cdot(2r-2rd\cos\theta)}{r^2+d^2-2rd\cos\theta}\right)\hat{r}-$$

$$\frac{k\lambda}{r}\left(\frac{1\cdot(2rb\sin\theta)}{r^2+b^2-2rb\cos\theta}-\frac{2rd\sin\theta}{r^2+d^2-2rd\cos}\right)\hat{\theta}$$

ג. $\eta=\frac{\lambda}{2\pi R}\frac{R^2-d^2}{R^2-2dR\cos+d^2}$.   ד. $k_\theta=-\frac{Ru\lambda}{\pi d^2}\sin\theta$.

3) א. $\vec{B}=\mu_0R^3k_0\hat{z}\int_1^{-1}\frac{-dx\cdot x\left(1-x^2\right)}{z^2+R^2-2zRx}$. ב. $\theta_m(r=0)<\infty$, $\theta_m(r=\infty)<\infty$, $+\frac{\partial\phi_{m2}}{2r}l_R=\mu_r\left(+\frac{\partial\phi_{m1}}{2r}l_R\right)$, $-\frac{1}{R}\frac{\partial\phi_{m2}}{2\theta}l_R+\frac{1}{R}\frac{\partial\phi_{m1}}{2\theta}l_R=k_0\sin2\theta$, $0\le\varphi\le2\pi$, $0\le\theta\le\pi$.

ג. $\phi_{m2}(r,\theta)=\frac{\mu_rR^4k_0}{9+6\mu_r}r^{-3}\left(3\cos(2\theta)+1\right)$, $\phi_{m1}(r,\theta)=-\frac{k_0r^2}{R(6+4\mu_r)}\left(3\cos(2\theta)+1\right)$.

ד. $\vec{H}=\frac{p_0k_0\hat{y}}{\pi\varepsilon_0R(6+4\mu_r)x^2}$.

4) א. ראה סרטון.

ב. $\phi_2=\frac{I}{2\pi\sigma_Er}$, $A_1=\frac{I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}+\frac{1}{\sigma}\right)$, $\phi_1=A_1+\frac{I}{2\pi\sigma r}$.

ג. $R=\frac{1}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sigma_E}-\frac{1}{\sigma}\right)+\frac{1}{2\pi a\sigma}$. ד. $K_\varphi=\frac{I}{2\pi a}\left(\frac{\cos\varphi+1}{\sin\varphi}\right)$.

5) א. $J_{1_r}(1-\cos\varphi_1)=-J_{2_r}(1-\cos\varphi_2)$. ב. ראה סרטון.

ג. $\phi_2=A_2+\frac{B_2}{r}$, $\phi_1=A_1+\frac{B_1}{r}$, $B_1=-\frac{abKV}{(b-a)(1-K)}$, $A_1=V-\frac{aKV}{(b-a)(1-K)}$, $K=\frac{1-\cos\varphi_2}{1-\cos\varphi_1}$, $B_2=\frac{abV}{(b-a)(1-K)}$, $A_2=-\frac{aV}{(b-a)(1-K)}$.

ד. $\vec{H}=\frac{\sigma B_1}{r}\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi}\hat{\theta}$.

6) א. $\vec{H}^{(0)}=-k\hat{z}=-\frac{I}{a}\hat{z}$, $\vec{E}^{(0)}=0$. ב. $\mathrm{H}^{(1)}=0$, $E_y^{(1)}=\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0d}\right)$.

ג. $\eta^{(1)}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\dot{I}}{a}\left(x+\frac{L}{\mu_0d}\right)$. ד. $K_x^{(2)}=-\frac{\varepsilon_0\mu_0\ddot{I}}{a}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{Lx}{\mu_0d}+\frac{Lb}{\mu_0d}-\frac{b^2}{2}\right)$.

ה. $\lambda>>\frac{L}{\mu_0d}$. ו. $\vec{S}=\frac{\mu_0\dot{I}I}{Q^2}\left(x+\frac{L}{\mu_0d}\right)(-\hat{x})$ ז. הוכחה.

7) א. $\vec{P}=P(\cos\theta\hat{x}-\sin\theta\hat{y})$. ב. $\vec{E}=\frac{kP(2\cos\theta\hat{x}+\sin\theta\hat{y})}{(2a)^3}$.

ג. $\vec{\tau}=\frac{-kP^2\sin2\theta}{16a^3}\hat{z}$. ד. $w=\frac{kP^2}{32a^3}(\cos2\theta-1)$.

ה. $\theta=0$: יציב , $\theta=\frac{\pi}{2}$: לא יציב , $\theta=\pi$: יציב , $\theta=\frac{3\pi}{2}$: לא יציב.

ו.א. $\vec{m}=m(\sin\theta\hat{y}-\cos\theta\hat{x})$. ו.ב. $\vec{B}=\frac{\mu_0m}{4\pi}\frac{(-2\cos\theta\hat{x}-\sin\theta\hat{y})}{8a^3}$.

ו.ג. $\vec{\tau}=\dfrac{\mu_0 m^2\sin 2\theta\hat{z}}{64\pi a^3}$.   ו.ד. $w=\dfrac{\mu_0 m^2}{128\pi a^3}(1-\cos 2\theta)$.

ו.ה. $\theta=0$: לא יציב , $\theta=\dfrac{\pi}{2}$: יציב , $\theta=\pi$: לא יציב , $\theta=\dfrac{3\pi}{2}$: יציב.

8) א. $\alpha_m=-2\pi a^2$, $H_0\hat{x}+\dfrac{2\pi\left(H_0a^2\right)\left(\cos\theta\hat{r}+\sin\theta\hat{\theta}\right)}{2\pi r^2}$.

ב. $\tilde{\alpha}_m=\dfrac{-2\pi a^2}{1-\dfrac{a^2}{4D^2}}$.   ג. $\tilde{\alpha}_m=\dfrac{-2\pi a^2}{1-\dfrac{\pi^2a^2}{12D^2}}$.

9) א. $\theta_2(a)=C=0$, $\theta_2(b)=\theta_3(b)$, $\varepsilon w\cdot\dfrac{\partial\theta_3}{\partial r}l_b=\varepsilon\dfrac{\partial\theta_2}{\partial r}l_b$, $\theta_3(r\to\infty)=-E_0z=-Er\cos\varphi$.

ב. $B=\dfrac{E_0b^3\left(\left(b^3+2a^3\right)\varepsilon_r-\left(b^3-a\right)\right)}{2\left(b^3-a^3\right)+\left(b^3+2a^3\right)\varepsilon_r}$, $\tilde{A}=\dfrac{-3E_0b^3}{2\left(b^3-a^3\right)+\varepsilon_r\left(b^3+2a^3\right)}$, $\tilde{B}=-a^3\tilde{A}$, $\varepsilon_r=\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_w}$,

$E_0\dfrac{\left(\cos\varphi\hat{r}-\sin\varphi\hat{\varphi}\right)}{\hat{x}}+\dfrac{2B\cos\varphi\hat{r}+B\sin\varphi\hat{\varphi}}{r^3}$, $\vec{E}_2=-\vec{D}\phi_2=-\tilde{A}\hat{x}+\dfrac{2\tilde{B}\cos\varphi\hat{r}+\tilde{B}\sin\varphi\hat{\varphi}}{r^3}$.

ג. $b=a\left(\dfrac{1+2\varepsilon_r}{1-\varepsilon_r}\right)^{\frac{1}{3}}$.